



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
LICENCIATURA: INGENIERÍA EN TELECOMUNICACIONES,
SISTEMAS Y ELECTRÓNICA**



DENOMINACIÓN DE LA ASIGNATURA:					
Cálculo Vectorial					
IDENTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA					
MODALIDAD: Curso					
TIPO DE ASIGNATURA: Teórico – Práctica					
SEMESTRE EN QUE SE IMPARTE: Segundo					
CARÁCTER DE LA ASIGNATURA: Obligatoria					
NÚMERO DE CRÉDITOS:		10			
HORAS DE CLASE A LA SEMANA:	6	Teóricas: 4	Prácticas: 2	Semanas de clase: 16	TOTAL DE HORAS: 96
SERIACIÓN OBLIGATORIA ANTECEDENTE:		Cálculo Diferencial e Integral			
SERIACIÓN INDICATIVA SUBSECUENTE:		Electricidad y Magnetismo			

OBJETIVO GENERAL

Al finalizar el curso el alumno aprenderá a formular el modelo matemático de un fenómeno físico o geométrico, modelable por una función vectorial de variable vectorial, y será capaz de analizar sus variaciones, optimarla o integrarla.

ÍNDICE TEMÁTICO			
UNIDAD	TEMAS	Horas Teóricas	Horas Prácticas
1	Superficies	12	4
2	Derivación y Diferenciación de Funciones Escalares de Dos o más Variables	10	10
3	Máximos y Mínimos para Funciones de Dos Variables	8	2
4	Funciones Vectoriales	10	10
5	Integrales de Línea	10	3
6	Integrales Múltiples	10	7
	Total de Horas	60	36
	Suma Total de las Horas	96	

CONTENIDO TEMÁTICO

1. SUPERFICIES

- 1.1. Definición de superficie.
 - 1.1.1. Representación cartesiana de una superficie.
 - 1.1.2. Clasificación de algunos tipos de superficies.
 - 1.1.3. Superficies cuadráticas.
 - 1.1.4. Superficies cilíndricas.
 - 1.1.5. Superficies cónicas.
 - 1.1.6. Superficies regladas.
 - 1.1.7. Superficies de revolución.
- 1.2. Método de las generatrices para la determinación de la ecuación de una superficie.
 - 1.2.1. Simplificación del método para algunos tipos de superficie.
- 1.3. Discusión de la ecuación de una superficie.
- 1.4. Ecuaciones vectoriales y paramétricas de superficie.
- 1.5. Cilindros.
 - 1.5.1. Definición de Cilindro.
 - 1.5.2. Cilindro parabólico.
 - 1.5.3. Cilindro elíptico.
 - 1.5.4. Cilindro Hiperbólico.
 - 1.5.5. Aplicaciones.
- 1.6. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

2. DERIVACIÓN Y DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES ESCALARES DE DOS O MÁS VARIABLES

- 2.1. Definición y ejemplificación de funciones escalares $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$.
 - 2.1.1. Representación geométrica de funciones escalares de dos y tres variables.
 - 2.1.2. Conceptos de región y entorno.
- 2.2. Concepto de límite y continuidad de funciones escalares $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Cálculo de límites dobles.
- 2.3. Definición de derivada parcial.
 - 2.3.1. Interpretación geométrica para el caso de dos variables.
 - 2.3.2. Interpretaciones físicas.
 - 2.3.3. Condiciones de derivabilidad.
- 2.4. Concepto de derivadas parciales sucesivas.
 - 2.4.1. Exposición del teorema de Schwarz.
- 2.5. Definición de funciones diferenciables.
 - 2.5.1. Concepto de diferencial total.
 - 2.5.2. Comparación entre la diferencial y el incremento de una función.
- 2.6. Concepto de función de función.
 - 2.6.1. Regla de la cadena y diferencial total de la función de función.
 - 2.6.2. Representación matricial.
 - 2.6.3. Derivada total.
- 2.7. Concepto de función implícita.
 - 2.7.1. Exposición del teorema de existencia y unicidad.
 - 2.7.2. Definición de Jacobiano.
 - 2.7.3. Obtención de las derivadas de la función implícita.

- 2.7.4. Conceptos de derivada direccional, gradiente, su representación ∇f y sus interpretaciones geométricas.
- 2.7.5. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

3. MÁXIMOS Y MÍNIMOS PARA FUNCIONES DE DOS VARIABLES

- 3.1. Definición de máximos y mínimos relativos de funciones con dos variables.
 - 3.1.1. Elementos de análisis numérico para el cálculo de máximos y mínimos relativos con computadora.
- 3.2. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea máximo o mínimo relativo.
 - 3.2.1. Concepto de punto crítico.
 - 3.2.2. Concepto de punto silla.
- 3.3. Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos variables.
 - 3.3.1. Conceptos de matriz y determinante hessianos.
- 3.4. Formulación del problema de máximos y mínimos con restricciones.
 - 3.4.1. Concepto de función objetivo y restricciones.
 - 3.4.2. Establecimiento de la ecuación de Lagrange.
 - 3.4.3. Solución de problemas de máximos y mínimos con restricciones.
 - 3.4.4. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

4. FUNCIONES VECTORIALES

- 4.1. Definición de funciones vectoriales $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Ejemplos físicos y geométricos de funciones vectoriales.
- 4.2. Concepto de límite y continuidad de las funciones vectoriales.
 - 4.2.1. Cálculo de límites de funciones vectoriales.
- 4.3. Análisis de funciones vectoriales $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ y su representación geométrica.
 - 4.3.1. Relación entre las ecuaciones paramétrica y la ecuación vectorial.
 - 4.3.2. Relación entre las ecuaciones vectoriales y las ecuaciones cartesianas.
- 4.4. Definición, interpretación geométrica y cálculo de derivada ordinaria de funciones vectoriales.
 - 4.4.1. Enunciado de fórmulas especiales de derivación n de laplaciano.
 - 4.4.2. Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.
- 4.5. Análisis de curvas usando la longitud de arco como parámetro.
 - 4.5.1. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret.
 - 4.5.2. Aplicaciones a la mecánica.
- 4.6. Análisis de funciones vectoriales.
 - 4.6.1. Relación entre la ecuación cartesiana y la ecuación vectorial de una superficie.
 - 4.6.2. Ecuaciones vectoriales de superficies cuadradas.
- 4.7. Definición de derivada parcial de una función vectorial $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Interpretación geométrica en el caso de superficies.
 - 4.7.1. Definición e interpretación de puntos singulares.
 - 4.7.2. Diferencial de función vectorial.
- 4.8. Concepto de coordenadas curvilíneas.
 - 4.8.1. Concepto de ecuaciones de transformación.
 - 4.8.2. Concepto de Jacobiano.
 - 4.8.3. Definición e interpretación de los puntos singulares.

- 4.8.4. Estudio de los vectores unitarios, de los factores de escala y de la diferencial \overline{dr} .
- 4.8.5. Análisis de coordenadas curvilíneas más usuales.
- 4.9. Concepto de campos vectoriales.
 - 4.9.1. Estudio de las funciones $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, $n \in \{2,3\}$. Análisis de la derivada direccional de una función vectorial.
 - 4.9.2. Obtención del gradiente de una función vectorial.
- 4.10. Definición del operador $\overrightarrow{\nabla}$, el operador $\overrightarrow{\nabla}$ aplicando funciones escalares y vectoriales.
 - 4.10.1. Definición de divergencia, rotacional, laplaciano y sus interpretaciones físicas.
 - 4.10.2. Concepto de campo y rotacional y campo solenoidal.
 - 4.10.3. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

5. INTEGRALES DE LÍNEA

- 5.1. Integración de funciones vectoriales $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$; aplicaciones a la mecánica.
- 5.2. Definición y propiedades de la integral de línea.
 - 5.2.1. Conceptos de: integral cerrada y circulación positiva.
 - 5.2.2. Aplicaciones de la integral de línea a la mecánica.
 - 5.2.3. Cálculo de integrales de línea mediante parametrización; independencia de la parametrización.
- 5.3. La integral $\int_c \overline{F} \cdot \overline{T} ds$ como modelo matemático del trabajo.
 - 5.3.1. La integral de línea $\int_c \overline{F} \cdot \overline{T} ds$ y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial.
 - 5.3.2. Análisis de la independencia de la trayectoria.
 - 5.3.3. Conceptos físicos y matemáticos de campo conservativo.
 - 5.3.4. Concepto de función potencial.
 - 5.3.5. Definición e integración de la diferencial exacta.
 - 5.3.6. Aplicación al cálculo de la energía cinética y de la energía potencial.
 - 5.3.7. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.
- 5.4. Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.
- 5.5. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

6. INTEGRALES MÚLTIPLES

- 6.1. Definición e interpretación geométrica de la integral doble.
 - 6.1.1. Análisis de la integrabilidad de funciones continuas.
 - 6.1.2. Condición suficiente para que una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, sea integrable.
- 6.2. Concepto de integral reiterada en una región rectangular.
 - 6.2.1. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada.
 - 6.2.2. Concepto y representación analítica apropiada de regiones normal y regular.
 - 6.2.3. Cálculo de integrales dobles a través de reiteradas, en regiones regulares.
- 6.3. Enunciado y demostración del teorema de Green.

- 6.3.1. Aplicaciones a la mecánica y a la geometría.
- 6.3.2. Aplicaciones al cambio de coordenadas en una integral doble.
- 6.3.3. Mapeo de regiones regulares a sistemas de coordenadas curvilíneas.
- 6.3.4. Cálculo de integrales dobles en coordenadas curvilíneas.
- 6.4. Cálculo del área de una superficie alabeada en coordenadas cartesianas.
 - 6.4.1. Cálculo del área de una superficie alabeada dada por sus ecuaciones paramétrica.
- 6.5. Concepto de integral de superficie.
 - 6.5.1. La integral $\iint_S \vec{v} \cdot \vec{n} \, ds$ y aplicaciones.
 - 6.5.2. Enunciados e interpretación de los teoremas de Stokes y Gauss.
- 6.6. Generalización del concepto de integral múltiple.
 - 6.6.1. Concepto de integración física de la integral triple.
- 6.7. Concepto de integral reiterada en tres dimensiones.
 - 6.7.1. Representación analítica apropiada de regiones regulares en tres dimensiones.
 - 6.7.2. Cálculo de la integral triple mediante la reiterada en regiones regulares.
 - 6.7.3. Cambio de coordenadas en la integral triple.
 - 6.7.4. Cálculo de integrales triples en coordenadas curvilíneas.
 - 6.7.5. Uso de software matemático como instrumento verificador de resultados y herramienta de visualización en conceptos.

ACTIVIDADES PRÁCTICAS

Las prácticas se llevarán a cabo a través de software (actualizado) especializado de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- Colomé, Pablo García, *Cálculo Vectorial y Aplicaciones*, México, Editorial Iberoamérica, 2003.
- Finney, Thomas, *Cálculo de varias Variables*, 11ª Ed. México, Editorial Pearson Educación, 2006.
- Leithold, *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*, México, Ed. Oxford, 2002.
- L. Saturnino y Hille, Einar, *Calculo de varias variables, Tomo II*. 4ª Ed., Editorial Reverté, 2002.
- Larson, Ronal E., Hostetler, Robert P. y Edwards, Bruce H. *Cálculo de Varias Variables*. Vol. 2, 8ª Ed., México, Editorial Mc Graw Hill, 2006.
- Larson Ron, Edwards Bruce H., Hostetler, Robert P., *Cálculo II*. 8ª Ed. México, Editorial Mc Graw Hill, 2006.
- Marsden, Jerrold E. y Tromba, Anthony J., *Cálculo Vectorial*. 5ª Ed., México, Editorial Pearson Educación, 2004.
- Purcell, E. *Cálculo*, México, Pearson Educación, 2007.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA.

- William G. McCalum, *Cálculo de Varias Variables*, 2ª Ed., México Editorial Wiley, 2004.
- K. Edwin, *Matemáticas Avanzadas para ingeniería*, 3ª Ed., México, Editorial Limusa, 2004.
- Smith Robert T., *Cálculo tomo II*, México, Editorial Mc Graw Hill, 2001.

SITIOS WEB RECOMENDADOS

- <http://www.dgbiblio.unam.mx> (librunam, tesiunam, bases de datos digitales)
- <http://www.copernic.com>
- <http://www.maplesoft.com>
- <http://www.nuclecu.unam.mx/~unamaple/>
- <http://www.tecnun.es/asignaturas/Informat1/ayudainf/aprendainf/Maple95/maple95.pdf>

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS RECOMENDADAS PARA IMPARTIR LA ASIGNATURA

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS	A UTILIZAR
Exposición oral	X
Exposición audiovisual	X
Ejercicios dentro de clase	X
Ejercicios fuera del aula	X
Lecturas obligatorias	X
Trabajo de investigación	X
Prácticas de taller	X
Prácticas de campo	
Otras: uso de software especializado	X

MECANISMOS DE EVALUACIÓN

ELEMENTOS UTILIZADOS PARA EVALUAR EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE	A UTILIZAR
Exámenes parciales	X
Examen final	X
Trabajos y tareas fuera del aula	X
Participación en clase	X
Asistencia	X
Exposición de seminarios por los alumnos	

PERFIL PROFESIOGRÁFICO REQUERIDO PARA IMPARTIR LA ASIGNATURA			
LICENCIATURA	POSGRADO	ÁREA INDISPENSABLE	ÁREA DESEABLE
Matemáticas o, Actuaría o, Física o, Ingeniería Mecánica Eléctrica	en Matemáticas o, Física o, Ingeniería	Físico Matemáticas	Ingeniería