Matemáticas II
Unidad 1. Ecuaciones cuadráticas

Propósito: Al finalizar, el alumno: Resolverá ecuaciones cuadráticas mediante diversos métodos de solución. Modelará problemas que conduzcan a este tipo de ecuaciones. Establecerá la relación que existe entre el grado de la ecuación y el número de soluciones.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	**Temática**	**Estrategias sugeridas**
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente tanto el trabajo individual como en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas.
Analiza las condiciones que se establecen en el enunciado de un problema, y expresa las relaciones entre lo conocido y lo desconocido a través de una ecuación de segundo grado.	Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	El profesor inicia con un problema de tipo geométrico, numérico, físico u otros que lleven a los alumnos a plantear ecuaciones cuadráticas, con la finalidad de captar el interés por el estudio de la temática.
• Relaciona un problema nuevo con otro que ya sabe resolver. • Interpreta en el contexto del problema, lo que significan las soluciones y elige, si es el caso, aquella que tiene sentido en ese contexto.	Resolución de ecuaciones cuadráticas de la forma: $x^2=b;\ ax^2=b;\ ax^2+b=c;\ ax^2+b=0$ $a(x+b)^2+c=d;\ (x+b)(x+c)=0$	El profesor resuelve una serie de problemas que lleven a ecuaciones del tipo que se mencionan en la temática. Organizando el trabajo en clase en parejas de alumnos, las resuelvan y compartan sus procedimientos.
Resuelve ecuaciones cuadráticas mediante los diferentes métodos de solución. Transformando la ecuación cuadrática a la forma adecuada para su resolución por un método específico.	Métodos de solución de la ecuación cuadrática $ax^2+bx+c=0$	El profesor plantea la posibilidad de resolver una ecuación cuadrática completa, transformándola a una de las formas anteriores y guía la forma de hacerlo, aprovechando el momento para hacer una revisión de los productos notables y la inversión de esos procesos.
	a) Factorización.	En la solución de ecuaciones cuadráticas por el método de factorización, es útil plantear ejercicios en los que se tiene un producto de dos binomios igualado a cero y analizar las condiciones en que esto es posible, haciendo notar en cada caso que la dificultad se reduce a resolver una ecuación lineal sencilla. Con el fin de promover la reversibilidad de pensamiento, se sugiere que el profesor plantee determinar una ecuación a partir de sus raíces reales.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
	b) Método de completar un trinomio cuadrado perfecto.	Introduce el método de completar cuadrados con el desarrollo de expresiones cuadráticas de la forma $a(x \pm m)^2 = n$ que lo conduzca a una ecuación que no pueda resolver con los métodos vistos hasta el momento. Por lo que se requiere realizar el proceso inverso de completar cuadrados.
• Generaliza el método de completar el trinomio cuadrado perfecto y obtiene la fórmula general para resolver ecuaciones cuadráticas. • Identifica los parámetros *a, b, c* en una ecuación cuadrática y los sustituye correctamente en la fórmula general.	Fórmula general para resolver una ecuación cuadrática.	El profesor apoye y oriente al estudiante con actividades de generalización, para que llegue a la obtención de la fórmula general de la ecuación cuadrática.
Identifica la naturaleza de las raíces de una ecuación cuadrática, a partir de sus coeficientes.	Discriminante b^2-$4ac$ y naturaleza de las raíces.	El profesor plantee ejercicios, que conduzcan a una, dos o ninguna raíz real y pide a los alumnos analicen qué es lo que provoca tales resultados.
Establece el modelo matemático del problema y aplica el método de resolución conveniente.	Problemas de aplicación.	El profesor plantee diversos problemas de aplicación, sugiriendo el uso de ayudas heurísticas convenientes.

Unidad 2. Funciones cuadráticas y aplicaciones

Propósito: Al finalizar, el alumno: Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas en términos de sus parámetros mediante la contrastación de la representación gráfica y analítica. Resolverá problemas de optimización con métodos algebraicos, a fin de continuar con el estudio de las funciones a partir de situaciones que varían en forma cuadrática y contrastará este tipo de variación con la lineal.	Tiempo: 15 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente el trabajo individual, privilegie el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas.
• Obtiene el modelo de la función cuadrática de una situación dada. • Reconoce en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas. Identifica las diferencias entre variación lineal y cuadrática.	Situaciones que involucran cambio y que dan origen a funciones cuadráticas.	El profesor inicie con problemas de área, número de diagonales en un polígono de *n* lados, estrechar la mano a un grupo de personas; cuyo modelo matemático resulte ser una función cuadrática. Esto permite que el alumno explore las condiciones, valores, relaciones y comportamientos, a través de tablas, diagramas, etcétera, de manera que obtenga información, como un paso previo a establecer la representación algebraica de una función cuadrática. El profesor propone a los estudiantes trabajar en equipo.
Interpreta el comportamiento de la gráfica y los parámetros de la expresión algebraica, dentro del contexto de una situación dada.	Estudio gráfico, analítico y contextual de la función $y=ax^2 + bx +c$, en particular: $y= ax^2$ $y=ax^2+c$ $y=a(x-h)^2+k$	El profesor propone a los alumnos, organizados en equipo, la construcción de gráficas para analizar el comportamiento de los parámetros y posteriormente el alumno confronta mediante un *software* dinámico, lo realizado a lápiz y papel.
Relaciona el número de intersecciones de la curva de una función cuadrática con el eje X, con la naturaleza de las raíces. En particular, identifica su ausencia con la existencia de raíces complejas.	Ceros de la función.	A partir de una función dada, el alumno calcula los valores correspondientes para $f(x)=0$

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
• Expresa la función $y=ax^2+bx+c$ en la forma estándar $y=a(x-h)2+k$, usando el método de completar un trinomio cuadrado perfecto. Además, interpreta el impacto de sus parámetros en el registro gráfico. • Comprende los términos de concavidad, vértice, máximo, mínimo y simetría.	• La función $y=ax^2+bx+c$ y sus propiedades gráficas. - Simetría, concavidad, máximo o mínimo. • Forma estándar $y=a(x-h)^2+k$	• El profesor cuestiona a los alumnos sobre la simetría de la gráfica de las funciones cuadráticas, y su utilidad para determinar el valor máximo o mínimo y las coordenadas del vértice. • El profesor plantea a sus alumnos la actividad de transformar una función cuadrática a la forma $y=a(x-h)^2+k$ y analizar su utilidad para determinar las características analíticas y gráficas de la función.
Resuelve problemas sencillos de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.	Problemas de aplicación.	El profesor resalta la importancia de los métodos algebraicos en la resolución de problemas de optimización en diversos contextos, por ejemplo, numéricos, de áreas, costos y ganancias.

Unidad 3. Elementos básicos de geometría plana

Propósito: Al finalizar, el alumno: Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas, obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás. Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.	Tiempo: 25 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente tanto el trabajo individual como el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas. El profesor propondrá usar el software de geometría dinámica para que el alumno visualice, descubra y/o conjeture propiedades y características de figuras geométricas.
Conoce el origen de la Geometría Euclidiana y su sistematización.	Bosquejo histórico de la Geometría.	El profesor inicia con una revisión del origen de la Geometría Euclidiana y la forma como se sistematiza este conocimiento.
Describe y reconoce los elementos básicos de una figura geométrica, los expresa en forma verbal y escrita.	Elementos básicos de Geometría Plana: punto, línea recta, segmento, semirrecta, ángulo, punto de intersección, etcétera.	El profesor revise conjuntamente con el grupo, los elementos básicos de la Geometría Plana.
Construcciones con regla y compás		
Comprende mediante la construcción, los conceptos: segmento de recta, punto medio, líneas paralelas, líneas perpendiculares, mediatriz, ángulo y bisectriz.	• Segmentos. • Ángulos. • Perpendicular a una recta dada que pasa por un punto: - Que pertenece a ella o fuera de ella. • Mediatriz de un segmento. • Bisectriz de un ángulo. • Recta paralela a otra que pasa por un punto dado.	El profesor oriente al alumno a que establezca propiedades y características de figuras geométricas, a través de construcciones con regla y compás.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Ángulos		
Clasifica los ángulos por su medida y su relación con otros.	• Clasificación de ángulos por su medida (agudo, recto, obtuso, llano). • Clasificación por su relación con otros ángulos (adyacentes, suplementarios, complementarios, opuestos por el vértice).	El profesor define los tipos de ángulos y solicita a los alumnos que los identifiquen, en casos concretos.
Conoce e identifica los tipos de ángulos que se forman entre dos rectas cortadas por una transversal.	Ángulos alternos internos, alternos externos, correspondientes.	El profesor define los ángulos formados por dos rectas cortadas por una transversal y pide a los alumnos que los identifiquen en figuras concretas.
Concluye que en el caso que dos rectas paralelas sean cortadas por una transversal, los ángulos alternos internos son congruentes e inversamente.	Postulado de las rectas paralelas y su inverso.	El profesor pide a sus alumnos que usen un *software* dinámico para que verifiquen que en el caso de tener rectas paralelas, los ángulos alternos internos son congruentes. Posteriormente, se les solicita que muestren que los ángulos correspondientes y los ángulos opuestos por el vértice son congruentes. Para el inverso, se propone que el profesor parta de dos rectas no paralelas cortadas por una transversal y utilizando el *software* dinámico, proponga que el alumno modifique la posición de una recta, hasta que los ángulos alternos internos sean congruentes y observe que las rectas resultan paralelas.
Aplica los conceptos anteriores en la resolución de problemas.	Problemas de aplicación.	El profesor propone a discusión la resolución de problemas geométricos, algebraicos y numéricos.
Geometría del triángulo		
Clasifica los triángulos según sus lados y ángulos.	Clasificación de los triángulos por sus lados (equilátero, isósceles, escaleno) y ángulos (acutángulo, rectángulo, obtusángulo).	El profesor propone las definiciones de estas clasificaciones y plantea a sus alumnos actividades de identificación y construcción.
Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados.	Desigualdad del triángulo.	El profesor propone ejercicios dando tres segmentos de recta, para que el estudiante construya los triángulos correspondientes y descubra cuando no es posible.
Muestra y justifica las propiedades entre los ángulos de un triángulo:	Propiedades del triángulo: • Suma de los ángulos interiores es igual a 180°. • Suma de los ángulos exteriores es igual a 360°. • Suma de dos ángulos interiores es igual al ángulo exterior no adyacente.	El profesor utiliza material concreto (recorte y doblado de papel), para mostrar alguna propiedad del triángulo. El alumno muestra las otras.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Aplica las propiedades de los ángulos de un triángulo en la resolución de problemas.	Problemas de aplicación.	El profesor propone a discusión la resolución de problemas geométricos, algebraicos y numéricos.
Distingue las características que determinan a las rectas y puntos notables en un triángulo.	• Rectas notables del triángulo: Mediatriz, bisectriz, mediana y altura. • Puntos notables de un triángulo: circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro. • Construcción de las rectas y puntos notables.	El profesor define las rectas y puntos notables y solicita a sus alumnos actividades de identificación y construcción argumentando sobre la validez de las construcciones realizadas y las explique de forma oral y escrita. Hace notar a los alumnos, que algunos puntos notables de un triángulo, están alineados.
Determina geométricamente la distancia de un punto a una recta.	Distancia de un punto a una recta.	Dada una recta y un punto fuera de ella, el profesor propone para trabajo grupal, se dibuje el segmento que representa la distancia de ese punto a la recta. Genere la discusión sobre la importancia de la noción de perpendicularidad en este tema.
Justifica y aplica las propiedades del triángulo isósceles.	Propiedades del triángulo isósceles: • Los ángulos adyacentes a la base son iguales. • La altura y la mediana de la base coinciden. • La bisectriz del ángulo formado por los dos lados congruentes, corta al lado opuesto, formando ángulos congruentes.	El profesor utilice material concreto (recorte y doblado de papel), para mostrar alguna propiedad del triángulo isósceles y propone al alumno que muestre las otras. Además, propone problemas donde se apliquen las propiedades del triángulo isósceles. Sugiere al alumno apoyarse en construcciones de figuras que permitan visualizar las propiedades que se quieren demostrar. Esto con la finalidad de establecer vínculos adecuados que favorezcan obtener una argumentación válida. El profesor, durante la discusión, resalta la diferencia entre mostrar y demostrar; así como propiciar que el alumno argumente en forma oral y escrita la validez de los resultados obtenidos.
Polígonos		
Describe los polígonos por sus características (regulares e irregulares).	Polígonos regulares e irregulares.	El profesor propone a los alumnos una investigación sobre los polígonos regulares e irregulares y su clasificación. Posteriormente se plantean actividades de clasificación de diversos polígonos.
Conoce y aplica las propiedades de los polígonos.	Propiedades de los polígonos: Suma de los ángulos interiores. Número de triángulos que se forman al interior del polígono.	El profesor oriente para que el alumno encuentre la expresión general para la suma de los ángulos interiores de un polígono de n–lados, mediante la propiedad de suma de los ángulos interiores de un triángulo.
• Calcula el perímetro y área de un polígono regular. • Calcula el área de un polígono irregular por triangulación.	• Perímetro y área. • Fórmula de Herón.	• El profesor proporcione los recursos trigonométricos necesarios para calcular el perímetro y área de un polígono regular. • El profesor propone al alumno investigar la obtención de áreas de polígonos irregulares utilizando la fórmula de Herón.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Círculo y circunferencia		
• Identifica las líneas notables de la circunferencia. • Localiza el centro de una circunferencia. • Aproxima el perímetro y área del círculo.	• Rectas y segmentos. • Localización del centro de una circunferencia. • Perímetro y área del círculo.	El profesor oriente y conduce al alumno para la obtención aproximada del perímetro y área del círculo, mediante polígonos regulares inscritos, haciendo uso de un *software* dinámico.
Utiliza los conocimientos adquiridos, en la resolución de problemas.	Problemas de aplicación.	El profesor propone problemas de aplicación y sugiere que los alumnos los resuelvan en parejas, aplicando las estrategias sugeridas por Polya.

Unidad 4. Congruencia, semejanza y teorema de Pitágoras

Propósito: Al finalizar, el alumno: Aplicará los conceptos de congruencia y semejanza y usará el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas que involucren triángulos. Argumentará deductivamente sobre la validez de algunas afirmaciones geométricas y procesos en la resolución de problemas.	Tiempo: 25 horas

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Con relación a los conocimientos, habilidades y destrezas, el alumno en función de la resolución de problemas:		Para el logro de los aprendizajes se sugiere que el profesor fomente, tanto el trabajo individual como el trabajo en equipo y la participación activa del grupo, en un escenario de resolución de problemas. El profesor propondrá usar el software de geometría dinámica para que el alumno visualice, descubra y/o conjeture propiedades y características de figuras geométricas. Resaltará la diferencia entre mostrar y demostrar; así como propiciar que el alumno argumente en forma oral y escrita la validez de los resultados obtenidos.
Congruencia		
• Utiliza correctamente la notación propia de la congruencia. • Comprende el concepto de congruencia.	• Notación. • Congruencia.	El profesor plantee actividades donde se vea la necesidad de usar una nomenclatura adecuada, para el entendimiento y comunicación de ideas y conceptos. El profesor define congruencia y pide a los alumnos la identificación de objetos congruentes.
Construye segmentos y ángulos congruentes.	Figuras congruentes.	El profesor guía la construcción de segmentos y ángulos congruentes, usando regla y compás.
Reconoce cuándo dos triángulos son congruentes con base en la definición.	Congruencia de triángulos.	El profesor propone actividades donde el alumno verifique la congruencia de triángulos haciendo uso de la definición.
Argumenta empíricamente la validez de los criterios de congruencia.	Criterios de congruencia de triángulos. a) LAL. b) LLL. c) ALA.	• El profesor construye un triángulo congruente a otro considerando los elementos mínimos. • Enfatice la identificación de ángulos y lados homólogos para justificar la congruencia de triángulos. • El profesor utilice contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.
Argumenta deductivamente la validez de algunas construcciones geométricas y de algunas afirmaciones.	Construcciones de: • Bisectriz de un ángulo. • Mediatriz de un segmento. • Perpendicular a una recta. • Teorema del triángulo isósceles y su recíproco.	• El profesor sugiere el uso de congruencia de triángulos para justificar las construcciones. • Sugiere a sus alumnos, se apoyen en construcciones de figuras que permitan visualizar las propiedades que se quieren demostrar. Esto con la finalidad de establecer vínculos adecuados que favorezcan obtener una argumentación válida.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
• Aplica los criterios de congruencia de triángulos para justificar congruencia entre lados, ángulos y triángulos. • Resuelve problemas, por medio de los criterios de congruencia.	Problemas de aplicación.	El profesor sugiere algunas estrategias heurísticas para la resolución de problemas.
Semejanza y teorema de Pitágoras		
• Utiliza correctamente la notación propia de la semejanza. • Comprende el concepto de semejanza.	• Notación. • Semejanza.	El profesor plantea actividades donde se vea la necesidad de usar una nomenclatura adecuada, para el entendimiento y comunicación de ideas y conceptos. El profesor define semejanza y pide a los alumnos la identificación de objetos semejantes.
Reconoce cuándo dos figuras son semejantes.	Figuras semejantes	Introduce al concepto de semejanza mediante los modelos a escala como lo son: mapas, maquetas, planos, fotos, etcétera.
Reconoce cuándo dos triángulos son semejantes con base en la definición.	Semejanza de triángulos.	El profesor propone actividades donde el alumno verifique la semejanza de triángulos haciendo uso de la definición.
Establece como válidos los criterios de semejanza.	Criterios de semejanza de triángulos: • LLL • LAL • AAA	• El profesor construye un triángulo semejante a otro, considerando los elementos mínimos y pida a los alumnos justificar que los triángulos construidos satisfacen la definición de semejanza. • Enfatiza la identificación de ángulos y lados homólogos para justificar la semejanza de triángulos.
Calcula perímetros y áreas en triángulos semejantes y la razón entre ellos.	Razón entre perímetros y entre áreas de triángulos semejantes.	El profesor propone ejercicios de triángulos semejantes, dadas sus razones de semejanza y pide a los alumnos que comparen sus perímetros y áreas y busquen un patrón en los resultados obtenidos.
Aplica los criterios de semejanza en la resolución de problemas.	Problemas de aplicación.	El profesor sugiere algunas estrategias heurísticas para la resolución de problemas.
Divide un segmento en *n* partes iguales y a partir de esta construcción infiere el Teorema de Thales.	Teorema de Thales y su recíproco.	El profesor oriente al estudiante para que infiera el Teorema de Thales, a partir de dividir un segmento en *n* partes iguales.
Reconoce y justifica el Teorema de Pitágoras y su recíproco, desde el punto de vista geométrico y algebraico.	Teorema de Pitágoras y su recíproco. Justificación.	El profesor hace una demostración del Teorema de Pitágoras y solicita a los alumnos que investiguen otras demostraciones, incluyendo la que se basa en la semejanza de triángulos. Además, solicita a los alumnos que construyan triángulos que satisfacen la conclusión del Teorema de Pitágoras y verifiquen que son rectángulos.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Utiliza los conocimientos adquiridos en esta unidad, en la resolución de problemas.	Problemas de longitudes y áreas que involucran semejanza, congruencia y Teorema de Pitágoras. Teorema de la altura de un triángulo rectángulo.	El profesor sugiere algunas estrategias heurísticas para la resolución de problemas planteados.

Referencias

Para el alumno

Básica:

Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones.* (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica.* México: Cengage

Álvarez, E. (2012). *Elementos de Geometría*. Colombia: Universidad de Medellín.

Ortiz Campos, F. J. (1991). *Matemáticas – 2, Geometría y Trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.

Complementaria:

Allen, R. (2008). *Álgebra intermedia.* México, Pearson.

Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). *Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones*. México: McGraw Hill, Interamericana

Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. México: Pearson.

Filloy, E. y Zubieta, G. (2001) *Geometría*. México: Grupo Editorial Iberoamericana.

García, M. (2005). *Matemáticas I para preuniversitarios*. México: Esfinge.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra.* México: Pearson.

Para el profesor

Allen, R. (2008). *Álgebra intermedia*. México: Pearson.

Álvarez, E. (2012). *Elementos de Geometría*. Colombia: Universidad de Medellín.

Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). *Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones*. México: McGraw Hill, Interamericana

Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. México: Pearson.

Filloy, E. y Zubieta, G. (2001) *Geometría*. México: Grupo Editorial Iberoamericana

García, M. (2005). *Matemáticas I para preuniversitarios*. México: Esfinge.

Larson, R. y Hostetler, R. (2006). *Álgebra*. México: Publicaciones Cultural.

Lozano, C. y Vázquez, A. (2009). *Geometría y trigonometría*. México: Prentice Hall.

Miller, Charles D., Heeren, Vern E., Hornsby, John. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. (12ª. ed.) México: Pearson. Addison Wesley.

Ortiz Campos, F. J. (1991). *Matemáticas – 2, Geometría y Trigonometría*. México: Publicaciones Cultural.

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas* (1 ̇ed., 9 ̇reimp. ed.). México: Trillas.

Rees, P. y Sparks, F. (2005). *Álgebra*. México: Reverte.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. México: Pearson.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica.* México: Cengage