# Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ingeniería

|  |  | Programa de Estu                             |                                       |  |                                      |  |  |
|--|--|--|---------------------------------------|--|--------------------------------------|--|--|
|  | CÁLCULO VECTO                              | Aprobado por el Consejo Técnico de .<br>RIAL | la Facultad de Ingenio<br><b>0063</b> | ería en su sesión ordinaria del $3^{\circ}$            | 19 de noviembre de 2008<br><b>09</b> |  |  |
|  | Asignatura                                 |  | Clave                                 | Semestre   | Créditos                             |  |  |
|  | as Básicas<br>visión                       | Matemáticas Coordinación                     |                                       | Ingeniería en Computación Carrera(s) en que se imparte |                                      |  |  |
|  | natura:                                    | Horas:                                       |                                       | Total (horas):   | o so mapano                          |  |  |
| •  | gatoria X<br>tativa                        | Teóricas 4.5 Prácticas 0.0                   |                                       | Semana 4. 16 Semanas 72                                |                                      |  |  |
| <b>Modalidad:</b> Curso  | )  |  |                                       |  |                                      |  |  |
| Seriación obligatoria antecedente: Cálculo Integral  |  |  |                                       |  |                                      |  |  |
| Seriación obligato   | Seriación obligatoria consecuente: Ninguna |  |                                       |  |                                      |  |  |
| Objetivo(s) del curso: El alumno conocerá los criterios para optimizar funciones de dos o más variables, analizará funciones vectoriales y calculará integrales de línea e integrales múltiples para resolver problemas físicos y geométricos. |  |  |                                       |  |                                      |  |  |
| Temario  |  |  |                                       |  |                                      |  |  |
| Núm.   | Nombre                                     |  |                                       | Но   | RAS                                  |  |  |
| 1.   | Extremos de fun                            | ciones de dos o más variable                 | es                                    | 13.  | 5                                    |  |  |
| 2.   | Funciones vector                           | riales                                       |                                       | 25.  | 5                                    |  |  |
| 3.   | Integrales de líne                         | ea   |                                       | 12.  | 0                                    |  |  |

|                          | 72.0 |
|--------------------------|------|
| Prácticas de laboratorio | 0.0  |
| Total                    | 72.0 |

21.0

Integrales múltiples

4.

CÁLCULO VECTORIAL (2/5)



### 1 Extremos de funciones de dos o más variables

**Objetivo:** El alumno determinará los valores extremos de funciones de dos o más variables y resolverá problemas de optimación relacionados con ingeniería.

### **Contenido:**

- **1.1** Máximos y mínimos, relativos y absolutos, para funciones de dos y de tres variables independientes. Puntos críticos. Establecimiento de la condición necesaria para que un punto sea extremo relativo o punto silla.
- **1.2** Deducción del criterio de la segunda derivada para funciones de dos y de tres variables independientes. Conceptos de matriz y determinante hessianos. Resolución de problemas.
- **1.3** Formulación del problema de máximos y mínimos relativos con restricciones. Establecimiento de la ecuación de Lagrange a través de sus elementos multiplicadores. Resolución de problemas de máximos y mínimos con restricciones y absolutos.

#### 2 Funciones vectoriales

**Objetivo:** El alumno utilizará e interpretará las variaciones de una función vectorial de variable vectorial y las aplicará para resolver problemas físicos y geométricos en el sistema de referencia más conveniente.

#### Contenido:

- **2.1** Definición de función vectorial de variable escalar y de función vectorial de variable vectorial. Ejemplos físicos y geométricos y su representación gráfica para los casos de una, dos o tres variables independientes y dos o tres variables dependientes. Concepto de campo vectorial.
- **2.2** Definición, interpretación geométrica y cálculo de la derivada de una función vectorial de variable escalar y de las derivadas parciales de una función vectorial de variable vectorial. Propiedades de la derivada de funciones vectoriales.
- **2.3** Ecuación vectorial de una curva. Análisis de curvas a través de la longitud de arco como parámetro. Deducción del triedro móvil y de las fórmulas de Frenet-Serret. Aplicaciones a la mecánica.
- **2.4** Vector normal a una superficie a partir de su ecuación vectorial, aplicaciones.
- **2.5** Diferencial de funciones vectoriales de variable escalar y de variable vectorial. Interpretación geométrica.
- 2.6 Concepto de coordenadas curvilíneas. Coordenadas curvilíneas ortogonales. Ecuaciones de transformación. Coordenadas cilíndricas y coordenadas esféricas. Concepto de jacobiano de la transformación y determinación de la existencia de la inversa de ésta. Propiedades del jacobiano. Definición e interpretación de los puntos singulares. Estudio de los vectores base, de los factores de escala y de la diferencial del vector de posición. Análisis de las coordenadas curvilíneas ortogonales: polares, cilíndricas, esféricas y otros sistemas.
- **2.7** Generalización del concepto de gradiente.

CÁLCULO VECTORIAL (3/5)



**2.8** Definiciones de divergencia y de rotacional, interpretaciones físicas. Campos irrotacional y solenoidal, aplicaciones. Concepto y aplicaciones del laplaciano. Función armónica. Propiedades del operador nabla aplicado a funciones vectoriales. Obtención del gradiente, divergencia, rotacional y laplaciano en coordenadas curvilíneas ortogonales.

### 3 Integrales de línea

### **Objetivo:**

El alumno calculará integrales de línea de funciones vectoriales y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos.

### Contenido:

- **3.1** Integración de funciones vectoriales, aplicaciones. Definición y propiedades de la integral de línea. Integral de línea a lo largo de una curva cerrada. Cálculo de integrales de línea mediante parametrización. Independencia de la parametrización.
- **3.2** La integral de línea como modelo matemático del trabajo y sus representaciones vectorial, paramétrica y diferencial. Conceptos físicos y matemático de campo conservativo.
- **3.3** Concepto de función potencial. Integración de la diferencial exacta. Cálculo de la función potencial. Relación entre la independencia de la trayectoria, la diferencial exacta y el campo conservativo.
- **3.4** Cálculo de la integral de línea en coordenadas polares, cilíndricas y esféricas.

## 4 Integrales múltiples

**Objetivo:** El alumno calculará integrales múltiples y las aplicará en la resolución de problemas físicos y geométricos, así como utilizará los teoremas de Gauss y Stokes para calcular integrales de superficie.

#### **Contenido:**

- **4.1** Definición e interpretación geométrica de la integral doble. Integrabilidad de funciones continúas.
- **4.2** Concepto de integral reiterada. Cálculo de la integral doble mediante la reiterada. Concepto y representación gráfica de regiones. Cálculo de integrales dobles en regiones regulares. Aplicaciones en cálculo de áreas y volúmenes. Cálculo de integrales dobles con cambio a coordenadas curvilíneas.
- **4.3** Enunciado, demostración y aplicaciones del teorema de Green.
- **4.4** Cálculo del área de una superficie alabeada en coordenadas cartesianas y cuando está dada por sus ecuaciones paramétricas. Integral de superficie, aplicaciones.
- **4.5** Concepto e interpretación geométrica de la integral triple. Integral reiterada en tres dimensiones. Cálculo de la integral triple en regiones regulares. Cálculo de volúmenes. Integrales triples en coordenadas cilíndricas, esféricas y en algún otro sistema coordenado curvilíneo.
- **4.6** Teorema de Stokes. Teorema de Gauss.

CÁLCULO VECTORIAL (4/5)



Bibliografía básica: Temas para los que se recomienda:

PITA Ruiz, Claudio Todos

Cálculo Vectorial

México

Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995

MARSDEN, Jerrold E. y TROMBA, Anthony J. Todos

Cálculo Vectorial

México

Prentice-Hall Hispanoamericana, 1995

MENA, Baltasar Todos

Introducción al Cálculo Vectorial

México

Thomson, 2003

Bibliografía complementaria: Temas para los que se recomienda:

ESTRADA, O., GARCÍA, P. y MONSIVAIS, G. Todos

Cálculo Vectorial y Aplicaciones

1a edición

México Grupo Editorial Iberoamérica, 1999

HAASER, Norman B., LA SALLE, Joseph P.Y

Todos

SULLIVAN, Joseph A.

Análisis Matemático. Curso intermedio

México

Editorial Trillas, 1970

DAVIS, Harry F. y SNIDER, Arthur D. 2, 3 y 4

Análisis Vectorial

México

McGraw Hill, 1993

HSU, Hwei P. 2, 3 y 4

Análisis Vectorial

**EUA** 

Addison-Wesley Iberoamericana, 1987

| CÁLCULO VECTORIAL  |   | (5/5)  |             |  |  |
|--|---|--|-------------|--|--|
| CALCULO VECTORIAL  | ALCULO VECTORIAL                                    |  | (3/3)       |  |  |
| SWOKOWSKI, Earl W., OLINICK Micha<br>Calculus<br>6th edition,<br>USA<br>P.W.S. Publishing Company, 1994  | ael y PENCE Dennis                                  | Todos  |             |  |  |
| Sugerencias didácticas:  Exposición oral  Exposición audiovisual  Ejercicios dentro de clase  Ejercicios fuera del aula  Seminarios                                      | X<br>X<br>X<br>X                                    | Lecturas obligatorias Trabajos de investigación Prácticas de taller o laboratorio Prácticas de campo Otras: Empleo de nuevas tecnologías | X<br>X<br>X |  |  |
|  | X<br>X<br>X   | Participación en clase<br>Asistencias a prácticas<br>Otras:  | X           |  |  |
| Perfil profesiográfico de quienes pueder Licenciatura en Ingeniería, Matemáticas, I Deseable haber realizado estudios de pos seminarios de iniciación en la práctica doc | Física o en carreras cuyo<br>grado, contar con expe | contenido en el área de matemática   |             |  |  |
|  |   |  |             |  |  |