UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

SECRETARÍA GENERAL

DIRECCIÓN GENERAL DE INCORPORACIÓN Y REVALIDACIÓN DE ESTUDIOS

TEMARIO-GUÍA DE FÍSICA III
(1506)

Plan CCH - 1996

PRESENTACIÓN

La presente guía pretende orientarte en la preparación del examen extraordinario de Física III. Está basada en el programa de estudio de la asignatura de Física III del plan de estudio del Colegio de Ciencias y Humanidades de la UNAM, con un número de créditos de 10 unidades. Contiene indicaciones sobre el modo de empleo de esta guía así como una glosa de los contenidos temáticos de las unidades que marca el programa de estudio. A continuación se presentan actividades de aprendizaje que deberás realizar para un mejor aprovechamiento de este documento.

También contiene un cuestionario de autoevaluación, con sus respuestas, para que tengas un indicador sobre tus aprendizajes. Finalmente se tiene un listados de textos que te apoyarán en la búsqueda de información sobre la asignatura y esta guía.

Í N D I C E

I. INTRODUCCIÓN

La guía está estructurada de acuerdo a lo siguiente: modo de empleo de la guía; antecedentes o prerrequisitos del curso; programa; actividades de aprendizaje; resumen de lo básico de cada unidad así como algunas preguntas y problemas para reforzar las lecturas de los temas; examen para autoevaluación y una bibliografía de apoyo.

En los antecedentes se enlistan los conceptos, tanto de Física como de matemáticas, que debes manejar para la comprensión de las unidades temáticas. En el programa, aparecen los objetivos y contenidos temáticos del curso, estructurados de acuerdo a una lógica de la asignatura y empleando técnicas pedagógicas. En las actividades de aprendizaje se sugieren algunas formas o técnicas para lograr la comprensión de aspectos conceptuales o teóricos. A continuación se exponen los temas de manera resumida, destacando los conceptos fundamentales de cada unidad temática, además del manejo de las ecuaciones o fórmulas en la resolución de problemas de aplicación.

Lee y estudia toda la guía. Localiza las partes que te parezcan con mayor grado de dificultad y pide ayuda a tus compañeros o profesores del curso para aclarar esas partes.
Es importante que lleves a cabo todas las sugerencias que se indican, para tener los resultados deseados.
Las sugerencias de autoevaluación se han diseñado con la intención de que tengas una visión acerca de tu aprendizaje, comprensión y manejo de los temas del programa, para que identifiques los que ya manejas y los que desconoces a fin de que pongas mayor atención en estos últimos.
Ten presente que el resolver la guía no es garantía de aprobar el examen, pero sí aumenta tus probabilidades pues te proporciona elementos de seguridad y apoyo para conseguirlo, debido a que conocerás la temática y estructura del cuestionario.

Antecedentes académicos

Para comenzar el estudio de los contenidos temáticos de esta asignatura, se sugiere que realices un repaso o recordatorio de los siguientes temas, que son básicos para su comprensión:
Conceptos de cinemática o sobre cómo describir el movimiento: sistema de referencia, movimientos reales y movimientos “idealizados”, trayectoria, posición, desplazamiento, velocidad, rapidez
Movimiento rectilíneo uniforme: características, gráficas y ecuaciones. Problemas numéricos. Movimiento rectilíneo acelerado: características, gráficas y ecuaciones. Problemas numéricos.
Movimiento circular uniforme. Aceleración centrípeta. Características. Ecuaciones. Problemas numéricos.
Deberás emplear un sistema consistente de unidades cuando se lleven a cabo los cálculos. El sistema usual es el sistema internacional de unidades, SI. Además cuando se resuelvan los problemas numéricos se deberán comprobar los resultados con un análisis dimensional, para asegurarse del buen manejo de las unidades de medición.

II. TEMARIO DE ESTUDIO

Los contenidos temáticos se presentan de manera resumida, por lo que deberás utilizar los textos sugeridos para tener más información sobre ellos:

UNIDAD 1: EQUILIBRIO Y DINÁMICA DE PARTÍCULAS

1. Movimiento de una partícula
    - 1.1. Descripción vectorial del movimiento
    - 1.2. Movimiento de proyectiles
    - 1.3. Movimiento planetario
    - 1.4. Ecuación de movimiento en forma vectorial
    - 1.5. Trabajo y potencia

2.- Movimiento de un sistema de partículas
- 2.1. Centro de masa de un sistema de partículas
- 2.2. Superposición de fuerzas
- 2.3. Torca y momento angular en un sistema de partículas
- 2.4. Condiciones de equilibrio frente a traslaciones y rotaciones
- 2.5. Leyes de conservación: ímpetu, energía y momento angular
- 2.6. Fuerzas disipativas

3. Movimiento ondulatorio
- 3.1. Oscilaciones libres y amortiguadas de una partícula
- 3.2. Resonancia

UNIDAD II: SISTEMAS FLUIDOS

4. Fluidos en reposo
- 4.1. Presión de un fluido
- 4.2. Presión hidrostática
- 4.3. Presión atmosférica
- 4.4. Principio de Pascal
- 4.5. Principio de Arquímedes
- 4.6. Tensión superficial

5.- Fluidos en movimiento
- 5.1. Viscosidad
- 5.2. Ecuación de continuidad
- 5.3. Energía de un fluido
- 5.4. Ecuación de Bernuolli

6. Procesos termodinámicos en fluidos
- 6.1. Leyes de la termodinámica.
- 6.2. Trasmisión de calor por fluidos
- 6.3. Producción de calor por fluidos

Recuerda que debes manejar conceptos, como las unidades de medición de cada magnitud. Así como la conversión de unidades; funciones trigonométricas; despeje de fórmulas; operaciones con potencias positivas y negativas; la interpretación de gráficas y la solución de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas.

III. ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

Lo primero que debes hacer es leer toda la guía para tener una visión general del curso y cómo estudiar.

Estudia cada unidad temática de la guía destacando (puedes subrayar) aquellos conceptos que son fundamentales en cada una de ellas. Puedes hacer una lista de conceptos con sus definiciones y ecuaciones, como si hicieras un "acordeón".

Consulta en los textos, para ampliar la información, aquellos conceptos que se destacaron.

Discute y analiza con otros compañeros el desarrollo de cada unidad temática. Responde las preguntas y problemas que aparecen en cada unidad.

Consulta con algún profesor de la asignatura las dudas que tengas al respecto.

Cuando consideres que has comprendido cada tema y sus conceptos principales, resuelve el examen de autoevaluación que se sugiere al final de la guía.

Confronta tus respuestas con las que se dan para tal efecto.

No dejes a la suerte el resultado de tu examen extraordinario, de tu estudio depende tener éxito

A continuación se presentan de manera resumida los contenidos temáticos del Programa, los que deberás complementar con los textos, solicitando asesorías a los profesores de la materia y discutiendo con tus compañeros.

UNIDAD 1: EQUILIBRIO Y DINÁMICA DE PARTÍCULAS

1.- MOVIMIENTO DE UNA PARTÍCULA

Introducción

Las bases que lo explican hoy, fueron expuestas por Isaac Newton en el siglo XVII, quién fue el que formalizó las leyes del movimiento.

Las tres leyes de Newton del movimiento son las leyes clásicas y básicas para describirlo.

La 1ª ley de Newton o ley de la inercia, establece que: si la fuerza neta sobre un objeto es cero, y si el objeto está en reposo, permanecerá en reposo, y si está en movimiento con velocidad constante, permanecerá con movimiento rectilíneo uniforme.

Un cuerpo que no cambia su estado de reposo o de movimiento con velocidad constante, se dice que está en equilibrio, lo que significa que la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero. La tendencia de un cuerpo a resistir un cambio en su movimiento se llama inercia. La masa es una medida de la inercia de un cuerpo. El peso se refiere a la fuerza de gravedad sobre un cuerpo, y es igual al producto de la masa por la aceleración de la gravedad g:

$$\boldsymbol{P = mg}$$

La 2ª ley de Newton del movimiento plantea que: la aceleración de un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él, e inversamente proporcional a su masa, esto es:

$\boldsymbol{F \propto a}$ y $\boldsymbol{a \propto 1/m}$ de donde, con ambas expresiones se obtiene:

$$\boldsymbol{F = ma}$$

La 2ª ley de Newton es una de las leyes más importantes y fundamentales de la física clásica. La fuerza, que es un vector, se puede considerar como un empuje o tirón, o de acuerdo con la 2ª ley de Newton, se puede definir como la acción capaz de producir aceleración. La fuerza neta sobre un objeto es la suma vectorial de todas las fuerza que actúan sobre él.

La 3ª ley de Newton del movimiento establece que: “siempre que un cuerpo ejerce una fuerza sobre un segundo cuerpo, éste también ejercerá una fuerza sobre el primero, cuya magnitud es igual, pero en sentido contrario a la primera”.

Esta ley se refiere a la interacción mutua entre dos cuerpos.

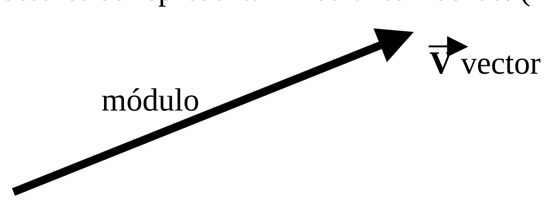
1.1. Descripción vectorial del movimiento de una partícula.

Magnitudes escalares. Se llama magnitud a cualquier propiedad de los cuerpos que se pueda medir. Las magnitudes escalares son aquellas que se expresan en términos de un número real y su unidad de medida correspondiente. Algunas de estas magnitudes son la longitud. La masa, la temperatura, la densidad, etc.

Magnitudes vectoriales. También llamadas vectores, son magnitudes que además de poseer un tamaño o módulo, necesitan especificar una dirección y un sentido para determinarlas.

Ejemplos de estas magnitudes son la aceleración, la velocidad, las fuerzas, entre otras.

Para representar los vectores se puede usar la notación polar o la rectangular o cartesiana. Gráficamente los vectores se representan mediante flechas. (Figura 1)



θ dirección

origen eje de referencia Figura 1

El segmento de recta o flecha proporciona la información de magnitud y dirección del vector.

Operaciones con vectores

Los vectores se pueden sumar, restar y multiplicar, (no se pueden dividir), mediante el álgebra vectorial, que sigue sus propias reglas.

Adición de vectores. La suma $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ de dos vectores $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$ y $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2)$ es el vector

$$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \{a_1 + b_1, a_2 + b_2\}$$

en donde a_1, a_2 y b_1, b_2 son las componentes o proyecciones de los vectores sobre un par de ejes coordenados (X, Y). La suma de los vectores se realiza sumando las componentes correspondientes. Ejemplo:

Si $\boldsymbol{a} = (12, -7)$ y $\boldsymbol{b} = (5, 9)$ entonces $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = \{12 + 5, -7 + 9\} = \{17, 2\}$

El producto punto $\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b}$ de los vectores $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2)$ y $\boldsymbol{b} = (b_1, b_2)$ es el número real

$\boldsymbol{a} \bullet \boldsymbol{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2$

Nótese que el producto punto de dos vectores no da como resultado un vector, sino un escalar. Por esta razón también se le denomina producto escalar.

Se define el *producto vectorial* de dos vectores o producto cruz, de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = a\, b \operatorname{sen} \theta$$

en donde θ es el ángulo entre los vectores $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$

La característica principal de este producto es que el resultado es un vector perpendicular tanto al vector $\boldsymbol{a}$ como al vector $\boldsymbol{b}$.

1.2. Movimiento de proyectiles

El movimiento de un proyectil o tiro parabólico se produce cuando se arroja un objeto al aire en una dirección distinta de la vertical. Adquieren una trayectoria parabólica las pelotas de béisbol, de tenis, de baloncesto, balas, piedras, jabalinas, etc, al ser lanzadas o golpeadas.

En el lanzamiento de proyectiles es muy importante el efecto de la resistencia del aire, aunque en este curso no se considera esta resistencia y los objetos se mueven bajo la acción de la gravedad sin encontrar resistencia del aire.

El movimiento horizontal es independiente del movimiento vertical. La componente horizontal del movimiento parabólico es un movimiento rectilíneo uniforme, en tanto que la componente vertical es un movimiento uniformemente variado. Solamente hay aceleración en la dirección vertical.

Ecuaciones para la posición, la velocidad y la aceleración del proyectil

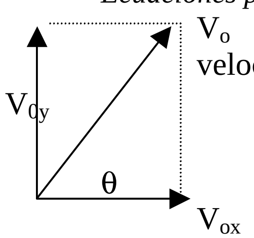


figura 2

En las ecuaciones siguientes, V_{ox} y V_{0y} son las componentes de la velocidad inicial V_o. (Figura 2)

$$V_{ox} = V_x = V_0 \cos \theta \quad \text{(constante) y}$$

$$V_{ox} = V_0 \operatorname{sen} \theta$$

Para la posición se emplea: $x = V_{ox}\, t$ y $y = V_{0y}\, t - \frac{1}{2} g\, t^2$

Para la velocidad: $V_x = V_0 \cos \theta$

y para la vertical: $V_y = V_0 \operatorname{sen} \theta - gt$

Altura máxima y alcance horizontal

La distancia que el proyectil recorre en el eje horizontal que pasa por el origen de lanzamiento x_{max}, se conoce como alcance o rango del proyectil. Cuando el proyectil recorre su alcance con respecto al eje x es cero $(y = 0)$.

Substituyendo en la ecuación de la posición vertical: $y = 0 = V_0\, t\, sen\, \theta - ½\, gt^2$

El tiempo empleado para recorrer el alcance es: $t_{x\ max} = 2\, v_0\, sen\, \theta /g$

Sustituyendo este valor en la ecuación para la posición horizontal:

$$x_{max} = t\, v_0 \cos \theta = 2(V_0 \cos \theta)(\, V_0\, sen\, \theta)/g$$

$$x_{max} = (V_0^2\, sen\, \theta)/g$$

Esta ecuación predice que para un lanzamiento a un ángulo de 45° se obtiene el máximo alcance. Cuando el proyectil alcanza su máxima altura, la componente vertical de la velocidad v_y es nula. En la ecuación para calcular la componente velocidad:

$$v_y = V_0\, sen\, \theta - gt = 0$$

$$t_{y\ máx} = (V_0\, sen\, \theta)/g$$

Este resultado indica que el proyectil llega a la máxima altura en la mitad del tiempo empleado para recorrer el alcance máximo. Con este valor en la ecuación de la posición vertical:

$$y_{máx} = v_0\, t\, sen\, \theta - ½\, gt^2$$

$$y_{máx} = (v_0\ \ sen\, \theta)(v_0\, sen\, \theta) / g - ½\, g\, ((v_0\, sen\,)/g)^2$$

y simplificando

$$y_{máx} = (v_0\, sen\, \theta)^2/2g$$

1.3. Movimiento planetario

Leyes de Kepler

Las leyes de Kepler se consideran como la *cinemática del movimiento planetario.*

Primera ley de Kepler (de las órbitas)

"Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas, con el Sol en uno de sus focos"

El punto más distante del planeta al Sol es el afelio y el más cercano el perihelio.

Segunda ley de Kepler (de las áreas)

"En tiempos iguales la línea imaginaria que une al Sol con un planeta barre áreas iguales".

Esta ley está relacionada con la velocidad del planeta y se aplica a todos los planetas y también a los satélites.

Tercera ley de Kepler (de los períodos)

"El cubo de los radios de las órbitas planetarias es directamente proporcional al cuadrado de los períodos de traslación correspondientes".

$$R^3 = k\, T^2$$

en donde k es la constante de Kepler cuyo valor es $k = 3.3 \times 10^{18}\ m^3/s^2$

(La tercera ley de Kepler también se aplica a sistemas formados por un planeta y sus satélites naturales o artificiales, pero el valor de la constante es diferente).

1.4. Ecuación de movimiento en forma vectorial

La noción intuitiva de fuerza surge de la experiencia diaria cuando se empuja o jala a un objeto. Al empujar, jalar, doblar o romper un cuerpo se dice que se le aplica una fuerza. Si un cuerpo cambia de velocidad podemos asegurar que ese cambio lo originó alguna fuerza. Entonces, si no hay fuerzas no hay causas de aceleración: "*si no se ejerce ninguna fuerza sobre un cuerpo, éste permanecerá en reposo o se mueve en línea recta con velocidad constante*" (principio de inercia de Galileo). Galileo, estudiando el movimiento de objetos en un plano inclinado, llegó a la conclusión de que el movimiento con velocidad constante no requiere fuerza alguna. El principio de inercia de Galileo permitió a Newton establecer las leyes del movimiento.

Naturaleza vectorial de la segunda ley de Newton. Suma de fuerzas: fuerza resultante

Si una persona empuja a un automóvil en una dirección horizontal, puede imprimirle cierta aceleración, alcanzando cierta velocidad al cabo del tiempo; si son dos las personas que empujan en el mismo sentido con las mismas fuerzas; se observa que el vehículo alcanza la misma velocidad en menos tiempo. La aceleración es mayor en el segundo caso. Si las personas empujan una en un sentido y la otra en sentido opuesto, puede que no haya movimiento. Estos hechos conducen a pensar que los efectos de las fuerzas sobre un cuerpo se suman y que el efecto total es la suma o superposición de todas las fuerzas. Las fuerzas son vectores y su suma es una cantidad vectorial, que recibe el nombre de resultante o fuerza neta. En la expresión de la segunda ley de Newton, la fuerza es la resultante de todas las fuerzas que se ejerzan sobre el cuerpo

$$\Sigma F = m\,a$$

y si consideramos las componentes de la fuerza neta, sobre los ejes x y y, se tiene

$$\Sigma F = (\Sigma F_x, \Sigma F_y) = (ma_x, ma_y)$$

La resultante de un sistema de fuerzas tiene cierta dirección y sentido y la velocidad cambia según la orientación de la resultante. Esto se debe al carácter vectorial de las fuerzas. Para que la segunda ley de Newton incluya el carácter vectorial de las fuerzas, puede modificarse su ecuación tomando en cuenta que la aceleración es la razón entre el vector velocidad y el tiempo:

$$a = \Delta v / \Delta t$$

Sustituyendo en la ecuación de la segunda ley: $F = m\,a = m\,\Delta v/\Delta t$ esto es:

$$F\Delta t = m\Delta v$$

El producto $F\Delta t$ que aparece en el primer miembro de la ecuación anterior se le conoce como ***Impulso.*** El producto de la derecha representa la variación de una cantidad que se conoce como ***ímpetu o cantidad de movimiento***. En efecto:

$$m\Delta v = m(v - v_0) = mv - mv_0 = p - p_0$$

$$m\Delta v = \Delta p$$

La cantidad de movimiento es $p = m\,v$. Siendo la masa una cantidad escala, el ímpetu es un vector porque la velocidad también lo es. La segunda ley de Newton puede reinterpretarse de otra manera al considerar que la fuerza es una medida de la rapidez con que cambia el ímpetu.

$$F = m\,(v - v_0)/m\Delta t = \Delta p/\Delta t$$

Si una partícula no cambia su velocidad tampoco cambia su ímpetu; permanece constante. Este resultado es otro enunciado de la primera ley de Newton.

Tercera ley de Newton

Si un cuerpo cambia debido a la presencia de otro cuerpo, se dice que entre ambos cuerpos hay una interacción. Un cuerpo que no interacciona con otros, no cambia. En la interacción cambian los dos cuerpos interactuantes. Los cambios que pueden ocurrir son diversos; los cambios más evidentes son de velocidad o de forma. Esto significa que si uno de ellos ejerce una fuerza sobre el otro, este ejerce una fuerza sobre el primero. En otras palabras, las fuerzas aparecen por parejas en toda interacción. Newton estableció este hecho en su tercera ley del movimiento:

“Si un cuerpo ejerce una acción sobre otro, este a su vez, ejerce una fuerza sobre el primero de igual magnitud y de sentido contrario” (las fuerzas se ejercen sobre cuerpos diferentes).
La expresión matemática de la tercera ley de Newton es:

$$F_{a/b} = - F_{b/a}.$$

1.5. Trabajo y potencia.

En el lenguaje cotidiano damos por sentado el significado de energía. Este vocablo sugiere movimiento, vitalidad, fuerza, Así, se habla de la energía de los alimentos que debemos consumir para estar sanos; o de un hombre con "gran energía"; y hasta de la importancia de los energéticos para la sociedad. Pero desde el punto de vista físico, no existe una definición de lo qué es energía, aunque se le puede conceptualizar y se le relaciona con el trabajo.

Una fuerza efectúa *trabajo* sobre un objeto cuando lo mueve una distancia d. Si la dirección de una fuerza constante forma un ángulo θ con la dirección del movimiento, el trabajo efectuado por esa fuerza es:

$$W = Fd \cos \theta.$$

El trabajo es una cantidad escalar y su unidad de medida es el Joule (J).
Un J es igual a un Newton por un metro.
Para mover un cuerpo de masa dada desde su posición inicial hasta una posición final, puede ser necesario efectuar trabajo contra la gravedad o que la gravedad haga trabajo. Este trabajo depende sólo de las posiciones inicial y final y no del camino seguido al cambiar la posición de la masa. La fuerza de gravedad es un ejemplo de *fuerza conservativa*.
Se puede definir a la *energía* como la capacidad de un cuerpo (o sistema de cuerpos) para efectuar trabajo. La energía también se mide en Joule y es una magnitud escalar. La energía mecánica se clasifica en *energía cinética (Ec)* y en *energía potencial (Ep).* La *Ec* es energía de movimiento; un cuerpo de masa m y velocidad v tiene energía cinética de traslación igual a $1/2\ mv^2$. La energía potencial es la asociada con la posición o configuración de los cuerpos. La *Ep* gravitación de un cuerpo está dada por:

$$Ep = mgh$$

donde h es la altura del cuerpo de masa m con respecto a cierto nivel de referencia arbitrario igual a cero. Por tanto no hay una *Ep* única, y lo que importa son los *cambios* de *Ep*. La energía potencial de un resorte ideal es:

$$EP_e = \frac{1}{2} k x^2$$

en donde k es la constante del resorte y x es la deformación del resorte a partir de su posición de equilibrio.
El *teorema del trabajo y la energí*a afirma que el trabajo *neto* efectuado sobre un cuerpo, por la fuerza neta, es igual al cambio de energía cinética del cuerpo.
Prácticamente todo suceso natural implica la transformación de la energía -entre distintas formas de energía mecánica, y entre energías mecánica, química, eléctrica, térmica o nuclear-. En cada caso el sistema se apega *al principio de la conservación de la energía*, que dice que la energía se puede transformar de un tipo a otro, pero la energía total del sistema permanece constante. Es válida aún cuando haya fricción, porque el calor generado es energía en tránsito.
La potencia (P) se define como la rapidez a la cual se efectúa trabajo, o la rapidez a la cual se transforma energía, esto es:

$$P = W/t$$

En donde la unidad de potencia es el ***watt (1 w = 1 J/s)***
En ocasiones se usa la expresión, para la potencia: $P = Fv\cos\theta$

en donde *F* es la fuerza neta que actúa sobre el cuerpo, *v* es su velocidad y 0 es el ángulo entre los vectores *F* y *v*.

2. MOVIMIENTO DE UN SISTEMA DE PARTÍCULAS

2.1 Centro de masa de un sistema de partículas.

El movimiento de un cuerpo o sistema puede describirse por el movimiento de un punto llamado ***centro de masa*** *del sistema (CM).* Es un punto que se mueve en la misma trayectoria que seguiría una partícula si se sujetara a la misma fuerza neta. El movimiento general de un cuerpo finito, o sistema de cuerpos, se puede definir como la suma del movimiento de traslación del centro de masa y los movimientos rotatorio, vibratorio y de otros tipos con respecto al centro de masa.

Otro concepto que está relacionado con el centro de masa es el llamado **centro de gravedad.** Se considera como la *posición promedio de todas las partículas de masa que forman un objeto.* Estos términos son equivalentes para casi todos los objetos que están sobre la superficie terrestre o su cercanía. Una pequeña diferencia entre centro de masa y centro de gravedad se presenta cuando el objeto es lo bastante grande para que la gravedad varíe de una parte a otra. Pero para los objetos de la vida cotidiana los términos centro de masa y centro de gravedad se pueden usar indistintamente.

Para conocer el punto donde se encuentra el centro de masa (o centro de gravedad, si el campo gravitacional es uniforme) se puede recurrir al siguiente procedimiento, ya que el centro de gravedad de un cuerpo es el punto en el cual el cuerpo se puede colgar sin experimentar torque alguno debido a la fuerza de gravedad. Se cuelga el objeto de distintos puntos y la intersección de las líneas de la plomada dibujadas desde los puntos de apoyo en condiciones de equilibrio es el lugar del CM. (Figura 3)

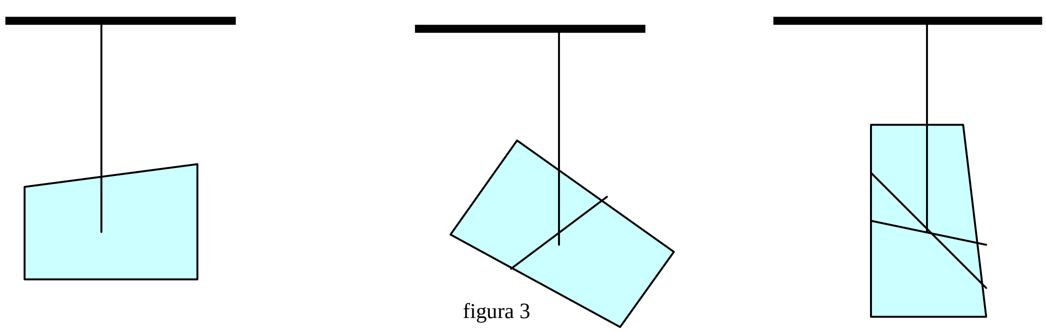


figura 3

Para el caso de sistemas de cualquier número *n* de partículas, se puede localizar el centro de masa del sistema mediante la expresión

$$\boldsymbol{R} = \frac{\boldsymbol{m_1 r_1 + m_2 r_2 + \ldots + m_n r_n}}{\boldsymbol{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}}$$

En donde R es el vector de posición del centro de masa; $\boldsymbol{m_1}$, $\boldsymbol{m_2}$, $\boldsymbol{m_n}$ son las masas de cada partícula y $\boldsymbol{r_1}$, $\boldsymbol{r_2}$, $\boldsymbol{r_n}$ son las posiciones de dichas partículas.

2.2 Superposición de fuerzas.

Cuando se aplica una fuerza $\boldsymbol{F_1}$ a un cuerpo, le produce a éste una aceleración $\mathbf{a}_1$ en la dirección de la fuerza. Si al mismo tiempo se le aplica al cuerpo otra fuerza $\boldsymbol{F_2}$, esta produce una aceleración $\mathbf{a}_2$ en la dirección de $\boldsymbol{F_2}$. Asimismo ocurriría si se aplicaran otras fuerzas. Pero ¿hacia adónde se mueve el cuerpo en realidad? No lo hace en la dirección de $\boldsymbol{F_1}$, ni de $\boldsymbol{F_2}$, u otra dirección asociada a una fuerza en particular. El cuerpo se moverá en la dirección de la resultante de la suma de las fuerzas: $\boldsymbol{F_1} + \boldsymbol{F_2} + = \boldsymbol{R}$ con una aceleración $\boldsymbol{a}$

Este hecho se conoce como "Principio de superposición" de las fuerzas. Es un principio que tiene muchas aplicaciones en diversas ramas de la Física, y se puede enunciar así:

"Si un cuerpo está sujeto a la acción de varias fuerzas, cada fuerza produce una aceleración independientemente de las aceleraciones producidas por las demás fuerzas. La aceleración resultante es el efecto de la acción conjunta de las fuerzas aplicadas representada por la fuerza neta o resultante".

Para aplicar este principio de superposición conviene saber las direcciones de las fuerzas, pues pueden ser colineales, concurrentes, paralelas o de otro tipo.

Fuerzas concurrentes

Si el sistema de fuerzas que actúa sobre un cuerpo tiene direcciones tales que las líneas de acción se cortan en un punto común, se llama sistema de fuerzas concurrentes.

Por ejemplo, una lámpara que cuelga de una cuerda, forma un sistema de fuerzas concurrentes:

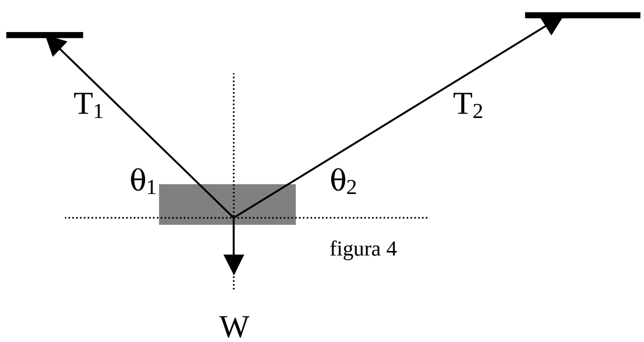


figura 4

Este sistema de fuerzas (Figura 4) se reduce a un sistema tres fuerzas concurrentes: T_1, T_2 y W cuya resultante se obtiene sumando vectorialmente todas las fuerzas.

EJEMPLO. Un mástil de 80.0 kg se mantiene en posición vertical por medio de cuerdas, como se ve en la figura 5. La tensión en la cuerda más corta es de 800 N. ¿Cuál es la tensión de la otra cuerda y las demás fuerzas que actúan sobre el mástil? (Figura 5)

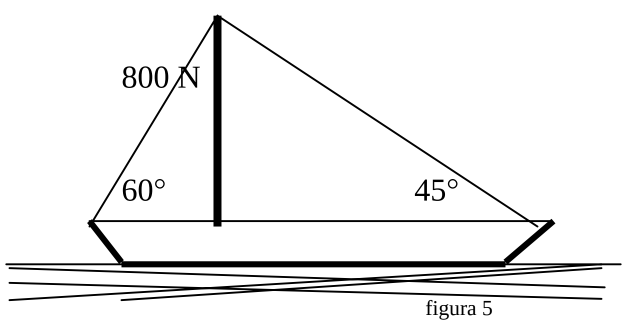


figura 5

Solución:

Dibujemos primero el diagrama de fuerzas que actúan sobre el mástil, como se ve en la siguiente figura; tomando un sistema de referencia *x* y *y* que pase por el mástil. Cada tensión se descompone en sus proyecciones sobre los ejes, T_{1x}, T_{1y}, T_{2x}, T_{2y}, en donde T_2 es la cuerda con *800 N* de fuerza.

Como el mástil está en equilibrio, entonces la suma de todas las fuerzas debe ser cero, tanto en la dirección x como en la y. $(g = 9.8\ m/s^2)$ (Figura 6)

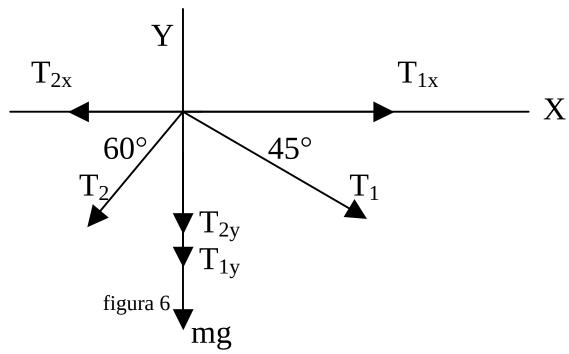


figura 6

En el eje *x:* $\boldsymbol{T_{2x} = T_{1x}}$ pero $\boldsymbol{T_{2x} = T_2 \cos 60° = 800\ (0.5000) = 400\ N}$

De donde se puede conocer el valor de $\boldsymbol{T_1}$, ya que $\boldsymbol{T_{1x} = T_1 \cos 45°}$, por lo tanto

$$T_1 = \frac{T_{1x}}{\cos 45°} = 566\ N \qquad T_1 = 566\ N$$

Los valores de $\boldsymbol{T_{1y}}$ y $\boldsymbol{T_{2y}}$ se pueden calcular como:

$$T_{2y} = T_2 \operatorname{sen} 60 = 800\ (0.866\ ) = 693\ N$$

y

$$T_{1y} = T_1 \operatorname{sen} 45 = 566\ (0.7071) = 400\ N$$

También el peso del mástil se suma a estas dos fuerzas, por lo que en total tenemos:

$$T_{1y} + T_{2y} + mg = 400 + 693 + 80\ (9.8\ ) = 1877\ N$$

que es otra fuerza que actúa sobre el mástil. Esta fuerza se equilibra con la reacción que el piso del barco ejerce sobre el mástil.

2.3 Torca y momento angular en un sistema de partículas.

Cuando viste el tema de Movimiento de Planetas, se trató la cinemática de la rotación en términos de la velocidad tangencial, la velocidad angular y la aceleración angular. En este punto se tratará la dinámica del movimiento circular.

Algunos cuerpos se mueven sin rotar, otros rotan sin trasladarse y otros mas se trasladan y rotan. Siempre que abres una puerta o una llave de agua, o que aprietas una tuerca, ejerces una fuerza de giro. La experiencia demuestra que el provocar una rotación no sólo depende de la magnitud y la dirección de la fuerza aplicada, sino también del punto en que se aplica. Esta fuerza de giro produce una *torca*, que no es lo mismo que fuerza. La fuerza tiende a acelerar a los objetos y si quieres que un cuerpo gire o de vueltas le aplicas una torca. Dos factores determinan el ímpetu del giro: la fuerza que se aplica y el *brazo de palanca* de la fuerza. El brazo de palanca es la distancia perpendicular entre la línea de acción de la fuerza y el eje sobre el cual gira el cuerpo, esto se

aclara para tener en cuenta el efecto de la fuerza cuando actúa en cierto ángulo. El brazo de palanca se representa por el símbolo “*l”*.
El producto de la fuerza por el brazo de palanca se conoce como ***torque*** alrededor del eje de rotación. El torque se representa con la letra griega “tau” τ, esto es:

Torque = fuerza x brazo de palanca o $\boldsymbol{\tau = fl}$

Las unidades del torque son Newton por metro N-m (aunque se acostumbra denominarla m-N para no confundirlas con las unidades de trabajo que son N-m).
Si se aplica una torca (o torque) a un cuerpo rígido que está en reposo, éste comenzará a girar con una aceleración angular que es proporcional a la torca aplicada; sólo si la línea de acción de la fuerza pasa por el centro de masa del cuerpo, éste se moverá sin girar. Al torque también se le asigna un carácter vectorial. El vector torque actúa a lo largo del eje de rotación (y no a lo largo de la fuerza) y apunta en la dirección en la que avanzaría un tornillo de rosca derecha si ese torque lo hiciera girar.
Ejemplo. Indica qué torca actúa sobre la barra de la figura si la fuerza es de 5.0 N y la longitud de la barra es L = 2.0 m (Figura 7)

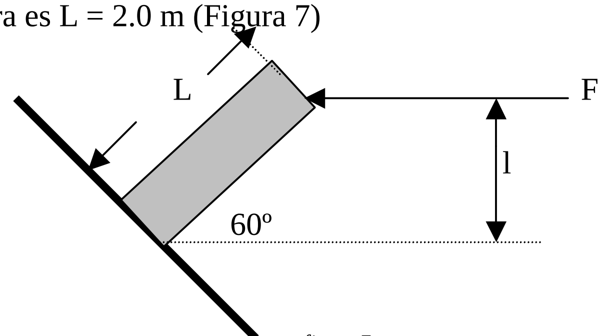


figura 7

Solución.-La torca se calcula con la ecuación $\tau = fl$. Pero el brazo de palanca, *l*, de la fuerza de *5.0 N* no es *2.0 m*, sino *(2.0 m) (sen 60°) = 1.73 m*. Por tanto

$$\boldsymbol{\tau = (5.0\ N)(1.73\ m) = 8.66\ Nm.}$$

Momento angular

Para que un cuerpo que está en reposo inicialmente comience a girar, es necesario aplicar una torca, y viceversa, hay que usar una torca para detener un cuerpo que está girando y llevarlo al reposo. Un caso conocido es el de las ruedas de un automóvil en movimiento, que para detenerlo hay que usar las fuerzas de fricción entre las balatas de los frenos y el tambor de la rueda; dichas fuerzas son tangenciales, cuyo brazo de palanca es el radio del tambor de la rueda.
Todo objeto en rotación permanece girando hasta que algo lo detenga. La tendencia de un objeto en rotación de permanecer en su movimiento giratorio se asemeja a la tendencia de un cuerpo en movimiento de traslación de continuar su trayectoria rectilínea. Para el movimiento lineal se dijo que todo cuerpo tiene una *inercia de movimiento,* y se definió el concepto de cantidad de movimiento o ímpetu como $P = mv$. Es natural preguntarnos si existe una cantidad semejante que se pueda aplicar al movimiento giratorio. De manera semejante, la “*inercia de rotación”* de un objeto que gira se conoce como ***momento angular***, y éste mide cuán difícil es poner en movimiento o detener un objeto que gira.
El momento angular, al igual que el momento lineal, es una magnitud vectorial; tiene dirección y tamaño. Cuando la rapidez de rotación tiene dirección se llama velocidad rotacional y es un vector

cuya magnitud es precisamente la rapidez rotacional. El vector velocidad rotacional y el vector de momento angular están en la misma dirección del eje de rotación y tiene el mismo sentido.
El momento angular se define como el producto de la inercia rotacional por la velocidad rotacional

$$\boldsymbol{L = I\omega}$$

en donde L es el momento angular, I es el momento de inercia y ω es la velocidad angular (o rotacional).
En el caso de un objeto pequeño comparado con el radio de giro, como por ejemplo una piedra que gira atada en el extremo de un cordel largo, o un planeta en órbita alrededor del Sol, el momento angular es igual al producto de la magnitud de su momentum lineal mv, por la distancia radial r, esto es $\boldsymbol{L = mv_t r}$. La ecuación anterior se aplica aunque la masa m no se mueva en trayectoria circular, siempre que v_t sea la componente de la velocidad perpendicular al vector de posición r.
Ejemplo.- Una roca de *6 kg* se amarra al extremo de una cuerda de *40 cm* de radio y se hace girar con una velocidad de *300 rpm*. Calcula su momento angular y su momento de inercia.
Solución.- El momento angular se calcula con la expresión $\boldsymbol{L = m\, v_t r}$. Teniendo este valor se puede conocer su momento de inercia. La masa es conocida y su radio de giro, pero no conocemos la velocidad tangencial. Sabemos que *300 rpm = 5 rev/s* y como $\omega = 2\pi/T$ entonces la velocidad angular
$\omega = 10\ \pi$ *rad/s*. Por otro lado, la velocidad angular y la tangencial están relacionadas por la ecuación $v_t = \omega\, r$. de donde

$$\boldsymbol{v_t = (10\ rad/s)(0.40\ m) = 12.56\ m/s} \quad \text{y} \quad \boldsymbol{L = (6kg)(12.56\ m/s)(0.40\ m) = 30.16\ kg\ m^2/s}$$

Para conocer el *momento de inercia*, despejamos I de la ecuación $\boldsymbol{L = I\omega}$, esto es

$$\boldsymbol{I = \frac{L}{\omega} = 30.16 / 10\ \pi = 0.96\ kg\ m^2.}$$

2.4 Condiciones de equilibrio frente a traslaciones y rotaciones.
Cuando se estudiaron las leyes de Newton en temas anteriores, se demostró que un cuerpo se encuentra en equilibrio si no está acelerado, lo que significa que no actúa ninguna fuerza *neta* sobre él. Esto no significa que no se apliquen fuerzas al cuerpo. Si varias fuerzas actúan al mismo tiempo. El equilibrio sólo requiere que la fuerza neta, o la suma vectorial de las distintas fuerzas, sea cero. De este modo, *una de las condiciones de equilibrio* es $\boldsymbol{\Sigma F_i = 0}$
Esta expresión indica que hay que sumar todos los vectores fuerza de acuerdo a las reglas de la suma vectorial; $F_1 + F_2 + F_3 + \ldots = 0$
La ecuación anterior es equivalente a las tres ecuaciones escalares

$$\boldsymbol{\sum_i F_{ix} = 0} \qquad \boldsymbol{\sum_i F_{iy} = 0} \qquad \boldsymbol{\sum_i F_{iz} = 0}$$

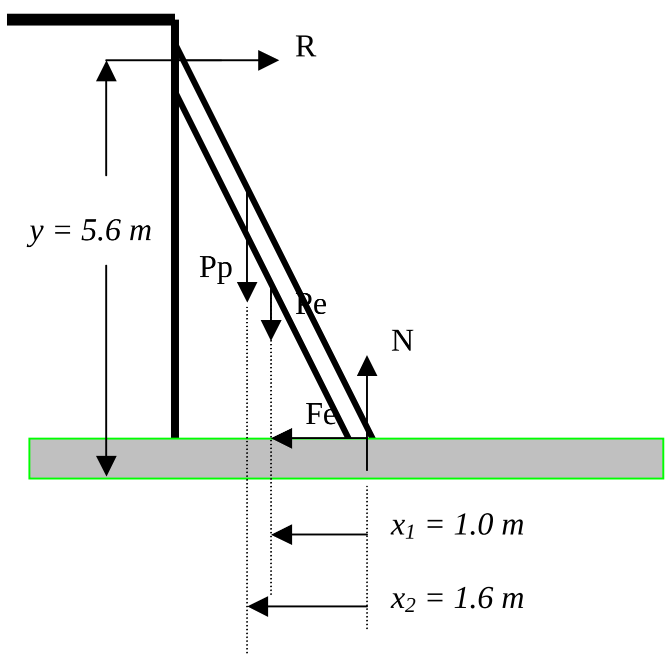
en las cuales x, y, y z son cada uno de los tres ejes ortogonales, y $\boldsymbol{F_{ix}}$, $\boldsymbol{F_{iy}}$, $\boldsymbol{F_{iz}}$ son las componentes de la fuerza sobre los ejes x, y, y z de la I-ésima fuerza.
¿Qué otras condiciones aseguran el equilibrio de un cuerpo finito? La respuesta es que además de la condición de que la suma de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo se anule, la suma de todos los torques que actúan sobre el cuerpo también deben anularse. Esto es

$$\boldsymbol{\sum_i \tau_i = 0}$$

Que al igual que en el caso de la fuerza, esta ecuación también se expresar en sus componentes rectangulares

$$\sum_i \tau_{ix} = 0 \qquad \sum_i \tau_{iy} = 0 \qquad \sum_i \tau_{iz} = 0$$

Ejemplo.- Una escalera con una masa de 15 kg descansa contra una pared lisa. Un pintor, que tiene una masa de 80 kg, está de pie sobre la escalera, como se muestra en la figura siguiente. ¿Qué fuerza de fricción estática (Fe) debe actuar sobre la base de la escalera para evitar que resbale?. Los brazos de palanca se dan en la figura (X_1, X_2 y Y).



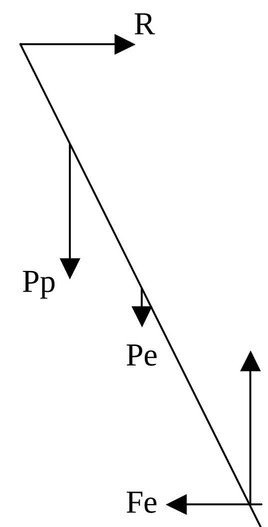


Diagrama de cuerpo libre o de fuerzas

figura 8

Solución.- En la figura 8 de la derecha se muestra el diagrama de fuerzas o de cuerpo libre. Como la pared es lisa, no hay fricción sobre la escalera y sólo la fuerza de reacción (R) actúa sobre ella. Como la escalera está en equilibrio estático no debe haber movimiento en ninguna parte del sistema, y al aplicar las condiciones de equilibrio se tiene la libertad de escoger cualquier eje de rotación para el equilibrio rotacional. Si se selecciona un eje en el extremo inferior de la escalera, elimina las torcas debidas a N y Fe pues los brazos de palanca son cero. Utilizando las condiciones de equilibrio

$$\sum F_{ix} = 0\text{; tenemos que } R - Fe = 0$$

y en $\sum F_{iy} = 0$, se tiene $N - Pp - Pe = 0$ (en donde Pp es el peso del pintor y Pe el de la escalera, considerado en el centro de gravedad)

Para el caso rotacional, se cumple que

$$\sum_i \tau_i = 0 \quad \text{o sea} \quad Ry - (Pe)X_1 - (Pp)X_2 = 0$$

De esta última ecuación se puede calcular el valor de *R*

$$R = \frac{(Pe)x1 + (Pp)x2}{Y} = \frac{(15\ kg)(9.8\ m/2)(1.0) + (78\ kg)(9.8\ m/s2)(1.6\ m)}{5.6\ m} = 240\ N$$

***R = 240 N** fuerza de fricción que detiene a la escalera.*

2.5 Leyes de conservación: ímpetu, energía y momento angular.

En tu curso de Física I (tercer semestre), viste los conceptos de ímpetu y energía. En esta ocasión se tratarán un poco más amplio estos conceptos, además de incluir el de momento angular y su conservación.

Conservación del ímpetu.

El concepto de cantidad de movimiento también es de importancia especial, porque es una cantidad que se conserva. Por ejemplo, se tiene el caso de dos bolas de billar que chocan de frente y aunque la cantidad de movimiento de cada una de las bolas cambia como resultado del choque, se observa que la suma de las cantidades de movimiento es igual antes y después del choque. Si m_1v_1 es la cantidad de movimiento de la bola 1 y m_2v_2 es la de la bola 2, medidas ambas antes del choque, entonces la cantidad de movimiento de las dos bolas antes del choque es $m_1v_1 + m_2v_2$. Después del choque, cada una de las bolas tiene distinta velocidad y cantidad de movimiento, que se representarán con una "prima" sobre la velocidad: $m_1v'_1 + m_2v'_2$. Independientemente de las velocidades y las masas que intervienen, se encuentra que la cantidad total de movimiento antes del choque es igual que después de él, ya sea el choque de frente o no:

Cantidad de movimiento antes = cantidad de movimiento después

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$$

Aunque el principio de conservación de la cantidad de movimiento se encontró en forma experimental, está estrechamente relacionado con las leyes de Newton del movimiento y puede deducirse a partir de ellas (No se hará en este apartado).

Generalizando este resultado se establece la ley de conservación de la cantidad de movimiento:

" En un sistema de cuerpos, aislado, la cantidad total de movimiento permanece constante".

Ejemplo.- Un carro de ferrocarril que viaja a una velocidad de 24.0 m/s choca con un carro idéntico en reposo. Como resultado del choque los carros se enganchan. ¿Cuál es la velocidad de los dos carros juntos?

Solución.- La cantidad de movimiento total inicial es

$$m_1v_1 + m_2v_2 = 8000\ kg \times 24.0\ m/s + 8000\ kg \times 0\ m/s = 192000\ kg\ m/s$$

Después del choque, la cantidad total de movimiento será la misma, pero la comparten los dos carros. Como quedan juntos tendrán la velocidad v'. Entonces

$(m_1 + m_2)\ v' = 192000\ kg\ m/s$ de donde se despeja v' y queda:

$$v' = \frac{192\,000\ kg\ m/s}{16000\ kg} = 12\ m/s$$

La ley de la conservación de la cantidad de movimiento tiene utilidad especial cuando se trata con sistemas sencillos, como choque, y determinado tipo de explosiones

Conservación de la energía.

La ley de conservación de la energía mecánica establece que en un sistema en movimiento en que sólo puede haber transformaciones de energía cinética a potencial y a la inversa, la suma de estas energías se mantiene constante.

La ley de la conservación de la energía mecánica sólo es aplicable cuando no hay ***fuerzas disipativas*** en los sistemas en estudio. Estas fuerzas se oponen al movimiento, tales como la fricción, la resistencia del aire, etc, y le restan energía mecánica al móvil, por esta razón se llaman fuerzas disipativas.

A las fuerzas que cuando actúan solas sí permiten el almacenamiento de energía potencial se les llama fuerzas conservativas, por conservarse la energía mecánica en presencia de ellas. Las fuerzas gravitatorias y electrostáticas son conservativas; al igual las de un resorte que sigue la ley de Hooke.

Aún no existe una definición satisfactoria para la energía, sin embargo, para poder decir que es la energía es más importante entender como se transforma. Casi todos los cambios que ocurren en la naturaleza se pueden estudiar si se analizan en términos de la transformación de la energía de una forma en otra.

El estudio de las diversas formas de energía y de sus transformaciones de una en otras condujo a una de las mayores generalizaciones de la ciencia, conocida como ley de la conservación de la energía:

"La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma de una forma en otra y su cantidad total permanece constante".

En la vida cotidiana existen gran cantidad de ejemplos de estos cambios de formas de energía, aunque no es fácil identificar dichos cambios y mucho menos su conservación. Sólo el estudio cuidadoso y mediciones precisas en esos sistemas permiten detectar los cambios de energía y su conservación. Por ejemplo, cuando comprimes un resorte éste adquiere energía potencial, cuya expresión es $\boldsymbol{Ep = \frac{1}{2} kx^2}$ donde x es la distancia que se deforma el resorte y k se conoce como la constante del resorte.

Se ha encontrado que siempre que se transforma la energía, no se gana o se pierde en el proceso. Por ejemplo, el caso de un cuerpo que se deja caer hacia el piso sin considerar la resistencia del aire. Cuando se encuentra en la posición "y" por encima del suelo tiene una energía potencial gravitacional dada por mgy. Al caer, disminuye su energía potencial pero aumenta su energía cinética. De hecho, su energía cinética al chocar con el piso es exactamente igual a la energía potencial que unía arriba.

Cuando se trata de sistemas mecánicos en los cuales se puede omitir la fricción y las fuerzas no conservativas, la ley de la conservación de la energía, para cualquier punto de la trayectoria, queda como:

$$\boldsymbol{\frac{1}{2} mv^2 + mgy = constante}$$

Ejemplo.- Se deja caer un cuerpo de *1.5 kg* desde una azotea que se encuentra a 6.0 m. (a) ¿Cuál es la energía cinética de la lata cuando está a una altura de 4.0 m? (b) ¿Con qué rapidez chocará el cuerpo con el suelo? No se considera la resistencia del aire.

Solución.- Primero calculemos la energía total del cuerpo. Con $v_o = 0$, la energía total del cuerpo es igual a su energía potencia $E_t = Ec + Ep = (1.5\ kg)(9.8\ m/s^2)(6\ m) = 88.2\ J$

A los 4.0 m de altura, su energía potencia es $(1.5\ kg)(9.8\ m/s^2)(4.0\ m) = 58.8\ J$, por lo tanto, su energía cinética será $88.2\ J – 58.8\ J = 29.4\ J$ o $\boldsymbol{Ec = 29.4\ J}$

(b) Justamente antes de que el cuerpo choque con el suelo, toda la energía mecánica es cinética, esto es $Ec = \frac{1}{2} m\, v_2 = 88.2\ J$

y despejando la velocidad de esta ecuación, se tiene

$$V = \sqrt{2E_c/m} = \sqrt{2(88.2)/1.5} = 10.8\ m/s$$
$$v = 10.8\ m/s$$

Conservación del momento angular

Para un movimiento lineal, la cantidad de movimiento está relacionada con la fuerza mediante la ecuación $F = \Delta p/\Delta t$. La cantidad de movimiento angular está relacionada en forma análoga con la torca, mediante la ecuación:

$$\tau = I\alpha = \frac{I\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta(I\omega)}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \qquad \text{entonces} \qquad \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

Si la torca neta sobre un sistema es cero, de acuerdo con el resultado anterior, el cambio de momento angular también es cero y

$$\Delta L = L - L_o = I\,\omega - I_o\,\omega_o = 0 \quad \text{ó} \quad I\,\omega = I_o\omega_o$$

lo que significa que:

"En ausencia de una torca no equilibrada (externa), la cantidad de movimiento angular total de un sistema se conserva (permanece constante)"

Ejemplo. Se hace girar en círculo con un radio de *0.30 m* una pequeña pelota atada al extremo de una cuerda que pasa por un tubo, con una rapidez de *2.8 m/s*. ¿Cuál será su rapidez tangencial si se tira de la cuerda hasta alcanzar un radio de *0.15 m*?

Solución.- Como la cantidad de movimiento se conserva, entonces $I\,\omega = I_o\omega_o$.

Utilizando $I = mr^2$ y $\omega = v/r$, se tiene que $mr_1v_1 = mv_2r_2$ y

$$v_2 = \frac{mr_1v_1}{r_2} = \frac{(0.30)(2.8)}{0.15} = 5.6 \quad ó \quad \mathbf{v_2 = 5.6\ m/s}$$

Cuando la distancia radial se acorta, la pelota se acelera.

2.6. Fuerza disipativas

Cuando dos cuerpos se deslizan uno sobre el otro, aparecen en las superficies de contacto, fuerzas que se oponen al movimiento. Estas fuerzas convierten la energía de movimiento en calor que se disipa y no se puede utilizar. Estas fuerzas se conocen como fricción. La fuerza de fricción se puede definir como $\boldsymbol{F_{fr} = \mu N}$ donde N es la fuerza normal, es decir, la fuerza que cada cuerpo ejerce sobre el otro, en la dirección perpendicular a la superficie de contacto; u_k es el coeficiente de fricción cinético si hay movimiento relativo entre los cuerpos. Si están en reposo, μ_S es el coeficiente de fricción estático y F_{fr} es la máxima fuerza de fricción antes de que se inicie el movimiento.

3. MOVIMIENTO OSCILATORIO

3.1 .- Oscilaciones libres y amortiguadas de una partícula

El movimiento oscilatorio también recibe el nombre de movimiento vibratorio, movimiento armónico simple, movimiento periódico. Se caracteriza porque un cuerpo de cierta masa describe una trayectoria que es una línea recta de determinada longitud. El cuerpo se mueve en un sentido sobre el segmento de recta hasta su extremo; enseguida se mueve de regreso (en sentido opuesto) en la misma recta hasta el otro extremo, luego repite todo lo anterior; Una y otra vez se mueve en

referencia a cierto punto que está en el centro de su trayectoria, dicho punto se llama punto de equilibrio. Por lo anterior se dice que el cuerpo se mueve en una dimensión y que una sola fuerza de tipo elástica $F = -kx$ (ley de Hooke) es la causante de esta trayectoria, aunque pueden estar actuando simultáneamente más fuerzas pero de otro tipo.
Las oscilaciones libres ocurren cuando no hay fuerzas externas, las que pueden forzar a resonancias con amortiguamientos, en el segundo caso se habla de fuerzas disipativas (por ejemplo la fuerza de fricción).
Ejemplos de Movimiento Oscilatorio: un péndulo que oscila, un resorte vibrando, el vaivén de los árboles debido al viento, una hamaca meciéndose, el oscilar de una casa por que hay un temblor, etc. A continuación se presentan algunos de los elementos que son propios para este tipo de movimiento.

Se definen variables que participan en movimientos oscilatorios

x: es la posición del cuerpo, se mide respecto a donde se ponga el Sistema de Referencia, usualmente se pone en el punto de equilibrio, también se le llama desplazamiento.
A: Amplitud, es el máximo valor del desplazamiento, se mide desde el punto de equilibrio hasta la x_{max}
T: período, es el tiempo que emplea el cuerpo de ida y vuelta desde un punto inicial hasta ese mismo punto, también se le entiende como el tiempo empleado para una vibración, el tiempo de una oscilación.
El período. Una característica importante del Movimiento Oscilatorio es que se divide al eje del tiempo en intervalos iguales, estos intervalos son exactamente el tiempo que necesita el cuerpo para ir y regresar al mismo punto los que se les llama períodos, así entonces para cada período ocurren exactamente los mismos acontecimientos mecánicos. Se acostumbra escribirlo con la letra mayúscula T. En la realidad (la experimentación), por ejemplo en un péndulo simple se puede fácilmente comprobar que aunque la amplitud vaya disminuyendo al transcurrir el tiempo, hay algo que no cambia, ese algo es el período, para el caso del tiempo que tarda en ir y volver a pasar por el punto de equilibrio, se tiene la mitad de un período $½T$.
ν: frecuencia (ν, letra griega que se lee nu; algunos textos usan la letra f). La frecuencia es el número de períodos en una unidad de tiempo, matemáticamente $\nu = 1/T$, para el caso de que la unidad sea el segundo se define al Hertz como sigue $Hz = 1/seg = 1\ seg^{-1}$.
Ejemplo: Si un móvil tiene 5 oscilaciones en un segundo, entonces su período es 0.2 *seg*., y su frecuencia $\nu = 1/T = 1/0.2\ seg. = 5\ Hz$, y su frecuencia en radianes (llamada frecuencia angular por algunos autores):

$$\boldsymbol{\nu = 1/T \times 2\pi = 31.14\ rad/seg}$$

ω: Frecuencia angular (ω letra griega minúscula se lee omega), se define como: $\boldsymbol{\omega = 2\pi\nu}$
θ**:** Angulo de fase. Se usa cuando al iniciarse la medición del tiempo el cuerpo no estaba en el punto de equilibrio, por ello cuando la medición se inicie en el punto de equilibrio el ángulo de fase es $\theta = 0$.

Ecuación para el movimiento oscilatorio libre.

La posición x depende del tiempo de forma armónica, ésta es de forma senoidal, pero también puede ser cosenoidal; esto depende de donde se sitúa el origen al graficar (x, t).
Como señala el párrafo anterior el uso de seno ó coseno depende de donde se sitúa el punto de referencia cero para el eje del tiempo, por lo que se usa una u otra.
Ecuación de la posición en función del tiempo para el Movimiento oscilatorio libre:

$$x = A\ sen(\omega t + \theta) \quad \text{o también} \quad x = A\ sen(2\pi\nu t + \theta)$$

Para el Movimiento Oscilatorio originado por más de una fuerza elástica, a veces la suma de seno más coseno es de gran utilidad.

Ejemplo.- Un cuerpo se encuentra fijo a un resorte por lo que está sujeto a un movimiento armónico simple, su posición se determina mediante la ecuación $x = 0.20\ cm\ sen(47.1\ rad/s\ t)$. ¿Cuál es el valor de la amplitud? Señala el valor de la frecuencia angular y el del período.

Solución.- De la ecuación se observa que la amplitud es igual a *0.20 cm*, esto es $A = 0.20\ cm$

Como $\omega = 2\pi\nu$, se despeja a $\nu = \omega/2\pi = \dfrac{47.1\ rad/seg}{6.28} = 7.5\ Hz$

Para el período se tiene $T = \dfrac{1}{\nu} = \dfrac{1}{7.5\ Hz} = 0.33\ s$

Ejemplo.- Una masa se encuentra en un movimiento oscilatorio de modo que cuando $t = 0$ la masa se encuentra en *0.060 m*, su amplitud es de *0.15m*, su frecuencia de oscilación es de *8.50 Hz*. Determina el ángulo de fase

Solución.- Dado que cuando $t = 0$, $x = 0.060\ m$, se puede escribir la ecuación de la posición como $0.060m = 0.15m\ sen\theta$ de donde $\theta = sen\text{-}1 = sen^{-1}\ 0.40$, por lo tanto $\theta = 24°$ y también $\theta = 156°$. Pero para la ecuación de x la θ debe estar en radianes ($2\pi\ rad = 360°$), entonces $\theta = 0.41\ rad$ y también $\theta = 2.73\ rad$ Falta decidir cuál ángulo es el correcto; matemáticamente aparecen los dos porque físicamente puede estar tanto a la derecha como a la izquierda del punto de equilibrio. El dato dice *0.15m* por lo que se encuentra del lado positivo del eje de las x por lo que el ángulo válido para este caso es $\theta = 0.41\ rad$.

Problemas de cálculo del período

Considérese el sistema masa-resorte; la fuerza que ejerce el resorte sobre la masa es $F = -kx$, aplicando a esta ecuación la 2a ley de Newton

$$ma = -kx$$

$$ma + kx = 0$$

en esta ecuación la aceleración no es constante y depende de la posición de m. Con álgebra se adelanta poco para encontrar la expresión para el período del sistema, es necesario hacer uso del cálculo diferencial. Resolviendo la ecuación anterior, se llega a:

$$x = A\ sen\ (\omega t) \quad \text{con} \quad \omega = \sqrt{k/m}$$

como $\omega = 2\pi / T$ entonces $T = 2\pi / \omega$ por lo que $T = 2\pi\sqrt{k/m}$

Ejemplo.- Si un sistema resorte-masa, de $k = 1.4\ N/m$ y $m = 300gr$, se encuentra en posición horizontal y de reposo; se estira el resorte hasta $x = 2.2\ cm$. Calcula: a) la amplitud, b) el periodo.

Solución.- a) la amplitud es medida desde el punto de equilibrio (en este ejemplo es la posición de reposo y establecemos $x = 0$), hasta la posición máxima

(el máximo estiramiento $x_{max} = 2.2cm$) de ahí que $A = 2.2\ cm$.

b) De acuerdo a la ecuación (2) el período será $T = 2\pi\sqrt{k/m}$

de donde **$T = 2.9\ seg$**

Oscilaciones amortiguadas

La amplitud del movimiento oscilatorio, en varios casos, disminuye con el tiempo hasta detenerse por completo. Por ejemplo un cuerpo unido a un resorte ó a un péndulo; a esto se le llama amortiguamiento.
El amortiguamiento se debe en general a la resistencia del aire a la fricción interna del aparato oscilante, por lo que se disipa energía, la que se convierte en energía térmica y va disminuyendo la magnitud de la amplitud al transcurrir el tiempo.
Para el caso de las oscilaciones con amortiguamiento la amplitud depende del tiempo de manera exponencial como sigue:

$$A = A_{max}\, e^{-t/\tau}$$

se lee: el valor de la amplitud (*A*) a un cierto tiempo *t* es igual a la amplitud máxima (A_{max}) multiplicada por la exponencial (*e*) la cual está elevada a la potencia de menos el cociente del tiempo *t* entre la unidad de amortiguamiento τ.
En la fórmula exponencial anterior algunas literales ya se trataron en párrafos anteriores por lo que sólo se comentará acerca de *e* y de τ
Exponencial *e*, también se le conoce como "el número *e*", su valor es de *2.72* sin unidades, es de mucha utilidad en la física.
τ Constante de tiempo (la τ es la letra griega minúscula tao). Es un parámetro que tiene las unidades de tiempo, es constante y su valor depende de los factores de amortiguamiento como pueden ser las fuerzas de fricción, la τ es una medida de la rapidez con la que un sistema se acerca al reposo. Si un sistema oscilatorio no tiene pérdidas energéticas $\tau = \propto$ (la tao es igual a infinito). Si τ es finita la amplitud disminuye $1/e = 1/ 2.72 = 0.369$ al final de cada intervalo de tiempo que sea igual a la constante de tiempo.
Falta señalar la situación cuando $t = 0$ el móvil no se encuentre en la posición $x = 0$ sino en A_{max}, la ecuación tomará la forma:

$$A = A_{max}\,(1 - e^{-t/\tau})$$

Ejemplos del movimiento oscilatorio amortiguado.
El voltímetro. Cuando se mide la corriente eléctrica con un voltímetro analógico en el primer momento del contacto del aparato la aguja gira, la cual está sujeta a un resorte, si no se contara con un amortiguador la aguja se pondría a oscilar largo tiempo alrededor del punto de equilibrio (determinado éste por la fuerza eléctrica y la del resorte).
El amortiguador de un vehículo de transporte. Como se sabe, estos vehículos usan como suspensión resortes ó muelles, sin los amortiguadores el vehículo presentaría un vaivén de sube y baja, como se puede observar en los autos que no les sirven los amortiguadores.

3.2.- Resonancia

El movimiento oscilatorio en resonancia presenta similitud con las oscilaciones amortiguadas, también actúa una fuerza externa al sistema, esta fuerza varía al transcurrir el tiempo, es de las que producen oscilaciones (vibraciones), puede ser intermitente, de forma armónica (senoide), etc.
Para ilustrar este tipo de movimiento con una situación común, considérese un columpio (aunque no tenga a una persona en él, ya que el columpio tiene una cierta masa) al que se le dan pequeños impulsos a intervalos iguales al período del columpio con el resultado de que cada vez será un poco mayor la amplitud de las oscilaciones del columpio, continuando con los impulsos se puede llegar a amplitudes arbitrariamente grandes al menos en teoría. Para los casos reales siempre ocurren limitaciones. Suele ocurrir que en un sistema oscilatorio real la amplitud llega a un máximo que es cuando en cada ciclo la energía impartida al sistema es igual a la energía que se disipa.

Ecuación para la resonancia. En general es similar a la del movimiento oscilatorio amortiguado con la diferencia de que la potencia de la exponencial es positiva.
Por resonancia se debe entender el aumento gradual de la amplitud de la oscilación, todos los sistemas físicos tienen varias frecuencias naturales de oscilación, cuando un sistema recibe impulsos de frecuencia igual a una de sus frecuencias naturales, se dice que el sistema está en resonancia con los impulsos.
La resonancia tiene importancia en la construcción. Por ejemplo un puente de ferrocarril se derrumbó debido al abollamiento de una de las ruedas, lo que estableció una vibración resonante en el puente. Otro ejemplo es el de los soldados, que cuando pasan por un puente dejan de marchar para evitar una posible catástrofe, como ya ocurrió que la resonancia contribuyó en parte al derrumbamiento del puente de Tacoma Narrows.

UNIDAD II: SISTEMAS FLUIDOS

4. FLUIDOS EN REPOSO.

4.1. Presión en un fluido

Se da el nombre de fluidos a los líquidos y a los gases, debido a que estos manifiestan propiedades comunes que los distinguen de los sólidos. Los fluidos tienen la forma del recipiente que los contiene. En los fluidos existen fuerzas relacionadas con la presión y la viscosidad; en el primer caso se trata de fuerzas perpendiculares a la superficie de las paredes del recipiente que los contiene y en el segundo son fuerzas tangenciales a dicha superficie. Los líquidos ejercen presión sobre las paredes que lo limitan y los sólidos sobre la superficie en que se apoyan.
Consideremos un cuerpo asentado sobre una superficie, como se indica en la figura 9(a), éste ejercerá una fuerza sobre la superficie debida a su propio peso, la que es trasmitida a través de la superficie de contacto. Si giramos el cuerpo a la posición 9(b) la fuerza trasmitida será la misma pero distribuida en una superficie mayor de contacto. Esta fuerza *F* distribuida perpendicularmente en el área *A*, es conocida como presión *P*. Así el objeto colocado en la posición a) ejerce menor presión.

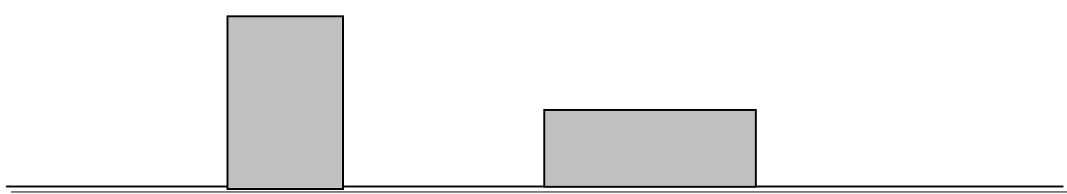


figura 9(a) figura 9(b)

La presión ejercida por los cuerpos también depende de sus pesos. Un cuerpo de peso doble que otro, ejercerá doble presión que el otro si ocupan la misma superficie de contacto.
En el caso de los sólidos la fuerza se trasmite en la dirección en que se aplica; en los fluidos no sucede así, éstas se trasmiten en todas direcciones por lo que resulta conveniente manejar el concepto de presión en lugar del de fuerza. Las unidades de presión serán, entonces

$$P = \frac{F}{A} \qquad \text{Presión} = \frac{\text{Newton}}{\text{Metro}^2} = \text{Pascal}$$

4.2. Presión hidrostática

La presión a cualquier profundidad de un líquido, por ejemplo a la distancia "h" de la figura siguiente, depende del peso de la columna de líquido que está por encima de este nivel y por consiguiente de la clase de líquido de que se trate. Para determinar la presión en este caso, llamada presión hidrostática, vayamos a la figura 10 de un recipiente que contiene un líquido de densidad ρ

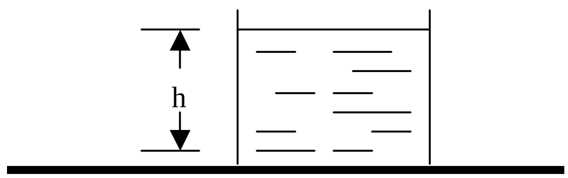


figura 10

La densidad es una propiedad que se define como la masa por unidad de volumen $\rho = m/v$, donde ρ es la densidad (kg/m^3 ó g/cm^3), m es la masa de una porción de sustancia (g ó kg), v es el volumen de la misma porción de la sustancia (cm^3 ó m^3)

Sin meternos al desarrollo matemático, la presión hidrostática del fluido ejercida por la columna del líquido que está por encima del punto, a la profundidad h, está dada por

$$P = \rho g h$$

4.3 Presión atmosférica

Además de las fuerzas internas (normales y tangenciales) que actúan en los fluidos, estos podrán estar sujetos a fuerzas externas. La más importante es el peso de la columna de aire que actúa sobre una superficie. En el siglo XVII, Torricelli llevó a cabo varios experimentos con mercurio en tubos de vidrio y demostró que la atmósfera tiene peso y ejerce presión sobre todas las cosas en la superficie del planeta. El valor obtenido por Torricelli, al nivel del mar, para la presión atmosférica, *Pa*, fue de *76 cm* de mercurio (*Hg*), unidad que por su importancia histórica aún se usa.

Este valor de la presión atmosférica varía al cambiar la altura del lugar sobre el nivel del mar de donde se está midiendo (en la ciudad de México es de *58.4 cm de Hg*).

Regresando a la ecuación para medir la presión hidrostática que un fluido ejerce en el fondo de un recipiente, y tomando en cuenta la presión exterior, dicha ecuación se expresa como:

$$P = Pa + \rho g h$$

En donde Pa es la presión externa extra que se ejerce sobre el fondo del recipiente (o sobre una profundidad ***h*** dada).

Otra unidad para medir la presión atmosférica en el **SI:** $Pa = 1.01 \times 10^5\ N/m^2$**.**

4.4 Principio de Pascal

Aunque este no es un principio fundamental se acostumbra dar este nombre por su importancia histórica. Este principio establece que:

"cualquier presión externa aplicada a un fluido se trasmite íntegramente en todas direcciones"

Una aplicación muy importante de este principio es la prensa hidráulica, que consiste de un recipiente lleno de un líquido (preferentemente viscoso) y con dos émbolos de diferente área, da tal manera que al aplicar una fuerza relativamente pequeña en un émbolo, por la trasmisión de la presión, que debe ser igual, en el émbolo grande se ejercerá una fuerza mucho mayor. Esto es:

$$F_1 \qquad F_2$$

$$\frac{}{A_1} = \frac{}{A_2}$$

4.5. Principio de Arquímedes

Estamos familiarizados con la experiencia de que al introducir un objeto en el agua, el cuerpo parece que “pesara” menos. Este hecho fue explicado por Arquímedes en el siglo III A. C. en un principio que lleva su nombre y se enuncia como sigue: “todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje vertical hacia arriba igual al peso del líquido desalojado”.

$$E = mg$$

Tomando en cuenta que la masa del líquido desalojado es m = ρ v, entonces E = ρvg, en donde ρ es la densidad del líquido y v es el volumen del líquido desplazado.

Considerando el peso del objeto sumergido, se presentan tres casos de flotación:

Si el empuje es igual al peso del objeto sumergido éste quedará en equilibrio en el interior del líquido

Si el empuje es mayor que el peso del cuerpo, éste flotará

Si el empuje es menor que el peso del cuerpo, éste se hundirá.

4.6 Tensión superficial

Toda la materia está compuesta de átomos y moléculas de una o de otra clase, las que se atraen ente sí con fuerzas que depende del tipo de átomo y moléculas así como de la distancia entre ellas.

Estas fuerzas de atracción, cuando se presentan entre diferentes clases de moléculas se llaman de *adhesión*, y la fuerza de atracción entre moléculas de la misma clase se llama de *cohesión*.

La diferencia entre adhesión y cohesión puede observarse cuando un líquido se encuentra en contacto con un sólido. Estas fuerzas de tendencia opuesta se manifiestan en la superficie que separa el sólido del líquido según sea el valor relativo de éstas.

En las partículas localizadas en el interior de un líquido debido a que estas están completamente rodeadas por otras partículas, las fuerzas de cohesión que se ejercen sobre ella actúan en todas direcciones, pero las partículas que se encuentran sobre la superficie están rodeadas por otras partículas sólo por los lados (no por arriba), lo que hará que aparezcan fuerzas laterales de cohesión que tienden a disminuir la superficie libre del líquido comportándose como una membrana estirada tratando de contraerse. A este fenómeno se le conoce como *tensión superficial*. Debido a esto, algunos insectos pueden mantenerse en la superficie del agua o caminar por ella.

5. FLUIDOS EN MOVIMIENTO.

5.1. Viscosidad

Supongamos que existe un fluido que se mueve dentro de un tubo (figura 11). Se dice que el flujo del fluido dentro del tubo es estacionario si cada partícula que pasa por el punto a sigue exactamente la misma trayectoria que las partículas precedentes que pasaron por dicho punto. Estas trayectorias se denominan líneas de flujo o líneas de corriente, de las cuales de presenten 3 en la figura 1. Si la sección transversal del tubo varia de un punto a otro, la velocidad de cada partícula del fluido varía a lo largo de su línea de corriente, pero la velocidad en un punto del tubo siempre es la misma. Por ejemplo, si fijamos nuestra atención en el punto b de la figura siguiente, cada partícula que pase por él se moverá con en misma dirección y velocidad.

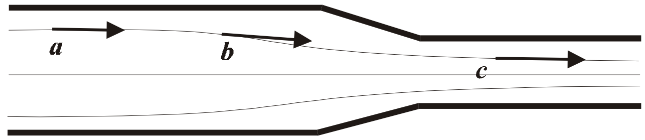
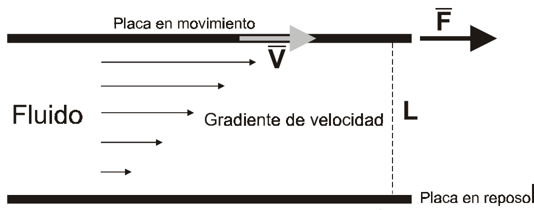


figura 11

La viscosidad se define como el rozamiento entre las partículas que componen al fluido, por lo que es necesario ejercer una fuerza para obligar a una capa del fluido a deslizarse sobre otra. Tanto los líquidos como los gases presentan viscosidad, aunque los líquidos son muchos más viscosos que los gases. Por ejemplo, el jarabe es más viscoso que el agua, la grasa es más viscosa que el aceite de motor.



Variables que intervienen en la determinación de la viscosidad.

figura 12

La viscosidad se expresa en forma cuantitativa mediante el coeficiente de viscosidad (η), definido como: Una capa delgada de fluido se coloca entre dos capas, una estacionaria y otra en movimiento como se observa en la figura 12. El fluido que está en contacto con cada una de las placas adyacentes tiende a permanecer en reposo o a moverse, a causa de las fuerzas de adhesión entre las moléculas ubicadas alrededor de los dos límites de placa. La capa estacionaria de fluido retarda el movimiento de la capa intermedia, y ésta a su vez retarda el movimiento de la capa siguiente, por lo que la velocidad varía de forma lineal desde *0* a *v*. El aumento de velocidad, dividido por la distancia en la que sucedió el cambio se llama gradiente de velocidad (*v/L*). Para mover cualquier fluido es necesario aplicar una fuerza (*F*) proporcional al área de las placas (*A*) y a la velocidad (*v*), e inversamente proporcional a la separación entre las placas (*L*): $F \propto (vA/L)$. Para fluidos distintos, mientras más viscoso es el fluido mayor será la fuerza requerida, por lo que el coeficiente de proporcionalidad se define como coeficiente de viscosidad (η). Entonces la ecuación que relaciona ésta fuerza con la velocidad del fluido es:

$$\overline{\mathbf{F}} = \eta A \frac{\overline{\mathbf{v}}}{L}$$

donde el coeficiente de viscosidad η tiene unidades de $\boldsymbol{N \cdot s/m^2 = Pa \cdot s}$, en el ***SI.***

Cuando un fluido viscoso con régimen laminar se mueve alrededor de una esfera, o cuando una esfera se mueve dentro de un fluido viscoso en reposo, actúa una fuerza resistente sobre la esfera relacionada con el coeficiente de viscosidad mediante la ecuación:

$$\overline{\mathbf{F}}_{\mathbf{R}} = 6\pi\eta r\overline{\mathbf{v}}$$

Siendo η el coeficiente de viscosidad, *r* es el radio de la esfera y *v* la velocidad de la esfera respecto al fluido.

En el caso de una esfera que cae dentro de un fluido viscoso, las fuerzas que actúan sobre la esfera son: El empuje del fluido hacia arriba (*B*), una fuerza de resistencia del fluido (*R*), también hacia arriba, y el peso de la esfera (*w*). La suma de estas tres fuerzas será igual a una aceleración neta de la esfera hacia abajo.

Ejemplo.- Una placa metálica que tiene una superficie de *0.15 m²*, se conecta a una masa de *8 g*, por medio de una cuerda que pasa por una polea ideal (sin masa y sin fricción), como en la figura 13. Un lubricante que tiene una película con un espesor de **0.3 mm**, es colocado entre la placa y la superficie, Cuando se suelta la masa, la placa se mueve hacia la derecha con una velocidad constante de *0.085 m/s*. Encuentre el coeficiente de viscosidad.

Solución.- Como la placa se mueve con velocidad constante, su aceleración es cero. El movimiento de la placa se debe a la fuerza neta debida a la tensión (*T*) de la cuerda y la fuerza de fricción (f) asociada al fluido viscoso. La tensión es iguala a la magnitud del peso suspendido, dado que

$\sum F_x = T - f = 0$, lo que implica que $\boldsymbol{T = f_0 = mg = (8\times10^{3}\ kg)(9.8\ m/s^{2}) = 7.8\times10^{2}\ N}$

El lubricante en contacto con la superficie horizontal está en reposo, en tanto que la capa en contacto con la placa se mueve a la velocidad de ésta. Suponiendo una velocidad constante, tenemos

$$\eta = \frac{FL}{Av} = \frac{\left(7.8\times10^{-2}\ \mathrm{N}\right)\left(0.3\times1^{-3}\ \mathrm{m}\right)}{\left(0.15\,\mathrm{m}^{2}\right)\left(0.085\,\mathrm{m/s}\right)} = 5.5\times10^{-3}\ \mathrm{N\cdot s/m^{2}}$$

figura 13

5.2. Ecuación de continuidad.

Ya dijimos que sobre las líneas de flujo, la velocidad en todos los puntos sobre la línea es tangente a la línea.

figura 14

Consideremos un pequeño intervalo de tiempo (Δt) en el cual el fluido en el extremo inferior de un tubo (ver figura 14) se mueve una distancia $\Delta x_1 = v_1\Delta t$. Si A_1 es el área de la sección transversal en este punto, entonces la macas contenida en la región delimitada por las barras verticales es $\Delta m_1 = \rho A_1 \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 \Delta t$. El fluido que se mueve en el extremo superior del tubo en el intervalo de tiempo Δt es $\Delta m_2 = \rho A_2 v_2 \Delta t$. Puesto que la masa se conserva y debido a que el flujo es estable, la masa que cruza A_1 debe ser igual a la masa que cruza A_2, es decir, que $\Delta m_1 = \Delta m_2$ o $\rho A_1 v_1 \Delta t = \rho A_2 v_2 \Delta t$. Si la densidad es igual en ambos lados de ésta expresión, obtenemos

$$A_1\mathbf{v}_1 = A_2\mathbf{v}_2 = \text{cte}$$

Esta expresión se conoce como ecuación de continuidad. En ella se señala que el producto del área y la velocidad del fluido en todos los puntos a lo largo del tubo es una constante en el caso de un fluido incompresible. El producto ***Av***, que tiene unidades de volumen/tiempo, se denomina gasto.

Ejemplo.- El radio aproximado de la vena aorta es de 1 cm y la sangre que pasa por ella tiene una velocidad aproximada de *30 cm/s*. Calcule la velocidad media de la sangre en los capilares, si cada capilar tiene un diámetro aproximado de 8×10^{4} *cm*, hay miles de millones de ellos, y su sección transversal total aproximada es *2000* cm^2.

Solución.- El área de la aorta es $\boldsymbol{A_1 = \pi r^2}$, donde ***r = 0.01 m***. Entonces, la velocidad de la sangre en los capilares es:

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = \frac{(0.3\,\mathrm{m/s})(3.1416)(0.01\,\mathrm{m})^2}{(2\times 10^{-1}\,\mathrm{m}^2)}$$

$$= 5\times 10^{4}\ m/s = 0.5\ mm/s$$

5.4. Ecuación de Bernoulli.

A medida que un fluido se mueve por un tubo de sección transversal y altura variable, la presión cambia a lo largo del mismo. En 1738, el físico suizo Daniel Bernoulli dedujo una expresión que relaciona la presión con la velocidad y elevación de un fluido.

Considere el flujo de un fluido ideal por un tubo no uniforme, en un intervalo de tiempo $\boldsymbol{\Delta t}$ (Figura 15). La fuerza sobre el extremo inferior del fluido es $\boldsymbol{P_1A_1}$, donde $\boldsymbol{P_1}$ es la presión en la sección 1. El trabajo realizado por la fuerza es $\boldsymbol{W_1 = F\Delta x_1 = P_1A_1\Delta x_1 = P_1\Delta V}$, donde $\boldsymbol{\Delta V}$ es el volumen de fluido en la sección 1. De manera similar, el trabajo realizado sobre el fluido en el extremo superior en el tiempo $\boldsymbol{\Delta t}$ es $\boldsymbol{W_2=-F\Delta x_2= -P_2A_2\Delta x_2=-P_2\Delta V}$, este trabajo es negativo por que es realizado por el fluido, mientras que $\boldsymbol{W_1}$ es positivo porque es un trabajo que se realiza sobre el fluido. El trabajo hecho por las presiones en el tiempo Δt es

$$W = (P_1 - P_2)\Delta V$$

figura 15

Parte de este trabajo se utiliza para cambiar la energía cinética del fluido y por otra parte para cambiar la energía potencial gravitacional. Si Δm es la masa que pasa por le tubo en el tiempo Δt, entonces el trabajo, y por el tanto el cambio en energía cinética es

$$W = \Delta K = \tfrac{1}{2}(\Delta m)\mathbf{v}_2^2 - \tfrac{1}{2}(\Delta m)\mathbf{v}_1^2$$

El cambio en energía potencial gravitacional es

$$\Delta U = \Delta mgy_2 - \Delta mgy_1$$

Si aplicamos la ley de conservación de la energía para el caso de un fluido en movimiento dentro de un tubo como en que se muestra en la figura 15, $W = \Delta K + \Delta U$

$$(P_1 - P_2)\Delta V = \tfrac{1}{2}(\Delta m)v_2^2 - \tfrac{1}{2}(\Delta m)v_1^2 + \Delta mgy_2 - \Delta mgy_1$$

Si dividimos cada término de la ecuación anterior por ΔV y recordamos que ρ=Δm/ΔV, la expresión anterior se reduce a

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gy_2 - \rho gy_1$$

Reacomodando los términos de subíndice 1 y 2 a la izquierda y derecha de la igualdad, respectivamente, tenemos:

$$\boldsymbol{P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2}$$

Esta es la ecuación de Bernoulli cuando se aplica a un fluido ideal, y señala que la suma de la presión, la energía cinética por unidad de volumen y la energía potencial gravitacional por unidad de volumen tiene el mismo valor en todos los puntos a lo largo de una línea de corriente.

Ejemplo.- El agua circula por un sistema de calefacción de agua caliente de una casa. Si el agua se bombea con una velocidad de *0.5 m/s* a través de un tubo de *4 cm* de diámetro desde el sótano, a una presión de *3 atm*, ¿cuáles serán la velocidad del flujo y la presión en un tubo de *2.6 cm* de diámetro en un primer piso, a ***5 m*** de altura?. La densidad del agua es $\rho = 1\times10^3\ kg/m^3$**.**

Solución.- Primero se calcula la velocidad del flujo en el segundo piso (V_2) mediante la ecuación de continuidad. Puesto que las áreas son proporcionales al cuadrado del radio ($A = \pi r^2$), tomamos al sótano como el punto *1* y obtenemos

$$v_2 = \frac{v_1 A_1}{A_2} = \frac{v_1 \pi r_1^2}{\pi r_2^2} = \frac{(0.5\ \text{m/s})(3.1416)(0.02\ \text{m})^2}{(3.1416)(0.013\ \text{m})^2}$$

$$= 1.2\ m/s$$

Para calcular la presión se usa la ecuación de Bernoulli:

$$P_1 = P_2 + \rho g(y_1 - y_2) + \tfrac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right)$$

$$= (3\times10^5\ N/m^2)+(1\times10^3\ kg/m^3)(9.8\ m/s^2)(-5m)+\tfrac{1}{2}(1\times10^3\ kg/m^3)\{(0.5\ m/s)^2-(1.2\ m/s)^2\}$$

$$= 2.5\times10^5\ N/m^2.$$

Observe que el término de velocidad influye muy poco.

Los cambios de temperatura siempre están asociados a procesos de transferencia de calor aunque puede haber transferencia de calor sin cambio de temperatura, como veremos más adelante.

El principio básico de la transferencia de calor consiste en afirmar que dos cuerpos con diferente temperatura puestos en contacto tienden a igualar sus temperaturas.

6. PROCESOS TERMODINÁMICOS EN FLUIDOS

6.1. Leyes de la termodinámica

La primera ley de la termodinámica es otra forma de expresar el principio de la conservación de la energía. Se representa como

$$\boldsymbol{\Delta Q = \Delta U + \Delta W}$$

en donde $\boldsymbol{\Delta Q}$ es la energía suministrada, en forma de calor, a un sistema; $\boldsymbol{\Delta U}$ es el cambio de la energía interna del sistema en estudio, y $\boldsymbol{\Delta W}$ es el trabajo efectuado por el sistema contra fuerzas externas.

La transferencia de energía calorífica se explica a partir de la concepción molecular o atómica y del constante movimiento de estas partículas. A mayor movimiento mayor temperatura y viceversa.

Las situaciones reales de transferencia de calor pueden ser más complejas pues es importante considerar el estado físico de las sustancias o cuerpos que intervienen, la relación con el entorno (que también intercambia calor con los cuerpos del proceso y la relación entre las variables que explican el fenómeno, por ejemplo, en el caso de los gases con el volumen, la presión y la temperatura.

Equivalente mecánico del calor

El Joule es el trabajo realizado por la fuerza de un Newton al actuar en una distancia de un metro. El Joule es la Unidad Internacional de energía.

Para que un gramo de agua eleve su temperatura en *1 ºC* se le debe aplicar su energía de *4.186 Joules* por lo cual una caloría equivale *4.186 Joules*.

La cantidad de calor que un cuerpo requiere para elevar su temperatura será directamente proporcional a:

1.- Del tipo de átomos que lo forman, calor específico el cual está dado por el número de calorías que un gramo de esa sustancia requiere para elevar su temperatura un *ºC*

2.- La cantidad de materia (masa) m

3.- El incremento de temperatura (T_2-T_1).

Por lo cual se concluye que la ecuación que nos permite calcular el calor que un cuerpo requiere para incrementar su temperatura será la siguiente expresión:

$$\boldsymbol{Q = C_e m(T_2 - T_1).}$$

Cuando dos cuerpos a diferente temperatura entran en contacto las partículas contiguas chocan y se transmiten el movimiento de forma que las rápidas aceleran a las lentas y las lentas desaceleran a las rápidas, transfiriéndose a su vez este efecto a las partículas que siguen en contigüidad hasta que eventualmente, con el tiempo, las energías cinéticas ($1/2mv^2$) promedio se igualan para todas las partículas de los dos cuerpos y las temperaturas son iguales.

Es probable que el cuerpo de menor temperatura aumente su volumen, se dilate, y que el cuerpo de mayor temperatura disminuya su volumen, se contraiga, durante el proceso de transferencia de calor. Estos cambios de volumen equivalen al efecto de aplicar una fuerza o, más bien una presión positiva o negativa sobre los cuerpos, como si se hubiera realizado un trabajo. De acuerdo a lo anterior durante un proceso de transferencia de calor, la cantidad de energía transferida se transforma en un cambio del equilibrio entre la energía cinética y potencial de las partículas (átomos o moléculas) y en un trabajo mecánico debido al cambio de volumen del cuerpo.

Ahora estarás preguntándote de donde viene la energía que aumenta la temperatura. Las fuentes más comunes son las reacciones nucleares (entre los núcleos atómicos) en el sol y la combustión o reacción química entre dos sustancias que se unen para dar origen a otras nueva liberando gran cantidad de energía durante el proceso de la reacción.

Así, una energía se transforma en otra que a su vez se transforma en otra. La energía nuclear origina movimiento caótico de partículas (subatómicas, atómicas y moleculares) lo que aumenta la temperatura y aumento de volumen (trabajo), la tierra, en la cara expuesta a la radiación solar, absorbe esta energía en diferentes formas y, en su cara no expuesta, radia hacia el exterior parte de esta energía.

Esto constituye la *1ª Ley dela Termodinámica* y se enuncia como sigue:

“Siempre que se agregue calor a un sistema, éste se transformará íntegramente en otra forma de energía”.

Segunda ley de la termodinámica

A diferencia de otras leyes, la 2ª ley de la termodinámica, no tiene una igualdad como ecuación o modelo. Es una ley que indica el sentido en que el calor fluye en los procesos naturales. Por esta razón existen varios enunciados de la segunda ley, todos ellos equivalentes. Los enunciados más citados son:

- El calor no fluye, por si mismo, de un cuerpo frío a uno más caliente
- Es imposible tomar calor de una fuente y convertirlo todo en trabajo sin que ocurran otros cambios en el sistema o en los alrededores
- En cualquier proceso que se efectúe en un sistema aislado, la entropía del sistema puede ser constante (proceso reversible) o bien aumentar.

6.2. Trasmisión de calor por fluidos

La trasmisión de calor por fluidos está relacionada con la teoría cinético molecular, que nos lleva a la noción de temperatura y de transferencia del calor.

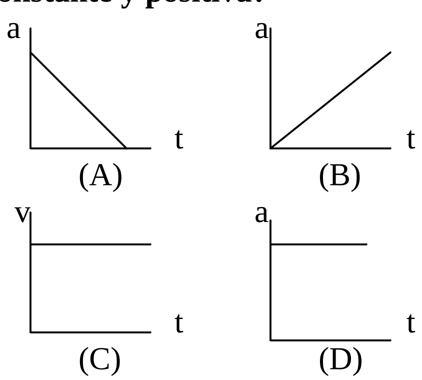
La manera más común en que se transfiere el calor en los fluidos es por la convección. Este proceso implica el movimiento de masa. El aire que está en contacto con una estufa caliente asciende y calienta las regiones superiores. Una caldera en un sótano calienta agua que sube y calienta radiadores en pisos superiores. La convección se lleva a cabo tanto en líquidos como en gases. La convección es una aplicación del principio de Arquímedes, porque el fluido circundante, más denso, ejerce una fuerza de flotación sobre el fluido más caliente y lo hace subir. El fluido más frío se desplaza hacia el fondo y se repite el proceso.

IV. EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1.-¿Cual relación corresponde a la segunda ley de newton?

A. $a \; \alpha \; 1/m^2$
B. $F \; \alpha \; m/a$
C. $F \; \alpha \; 1/a$
D. $F \; \alpha \; ma$

2.- ¿Cuál gráfica corresponde al caso de un movimiento de un cuerpo, de masa constante al que se le aplica una fuerza constante y positiva?



3.-Un automóvil corre a 80 km/h y en 12 segundos alcanza la velocidad de 120 km/h. Si la magnitud de la fuerza utilizada fue de 900N, ¿Cuál es la masa del móvil?

A. 972 kg
B. 666.4 kg
C. 337.5 kg
D. 2400 kg

4.- Un motor levanta 200 kg a una altura de 60m en 10 s ¿cuál es su potencia? ($g = 9.8\ m/s^2$)

A. 1200 w
B. 11760 w
C. $12x10^{4}$ w
D. $12x10^{4}$ J

5.- Un cuerpo de 50 kg de masa cae desde una altura de 3.5 m. Su energía cinética al llegar al suelo es

A. 1715 N
B. 245 J
C. 1715 J
D. 245 N

6.- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la masa es correcta?

A. es una magnitud vectorial
B. es una medida de la inercia
C. es igual al peso de un cuerpo
D. es una propiedad intensiva

7.- Equivale a la variación de energía cinética de un cuerpo que se mueve, nos referimos a:

A. trabajo mecánico

B. potencia
C. aceleración
D. impulso

8.- Un campo es conservativo cuando:

A. las fuerzas se conservan
B. existen fuerzas de fricción
C. la energía no se conserva
D. la energía cinética se transforma en potencial

9.- Es una magnitud que se puede interpretar como la rapidez para hacer trabajo

A. fuerza
B. potencia
C. energía
D. inercia

10.- La ganancia de energía potencial de un cuerpo depende exclusivamente de la variación de su

A. fuerza
B. potencia
C. posición
D. velocidad

11.- En una gráfica, fuerza contra deformación (en un resorte) el área bajo la recta representa:

A. la constante de restitución del resorte
B. la energía cinética del resorte
C. la deformación del resorte
D. el trabajo hecho por la fuerza

12.- Un motor es más potente que otro cuando realiza el mismo trabajo:

A. en el mismo tiempo
B. en la mitad del tiempo
C. con el doble de fuerza
D. con la mitad de fuerza

13.- Explica la causa de los vientos.

A. Por la rotación de la tierra
B. Por los campos magnéticos de la tierra
C. Por el ascenso del aire “calentado” por la tierra
D. Por las fuerzas atmosféricas

14.- Explica la forma en que se trasmite el calor en los sólidos.

A. Por conducción.
B. No se trasmite en los sólidos solamente se absorbe
C. Solamente se trasmite en los sólidos transparentes
D. Se trasmite por convección

15.- Explica la forma en que se trasmite el calor en los gases y líquidos.

A. Se trasmite por radiación
B. Por convección
C. Por conducción
D. Únicamente en los transparentes.

16.- Un pequeño aeroplano sigue el rumbo norte según su brújula. Su velocidad en el aire es de 80 km / h. Sopla un fuerte viento del noroeste también a 80 Km / h. La velocidad del aeroplano con respecto al suelo es:

A. 80 km/h
B. es mayor que 80 km/h
C. no lo afecta el viento
D. es menor que 80 km/h

17.- Desde la azotea de un edificio se lanza una piedra hacia abajo con un ángulo de 30° respecto a la vertical, y una velocidad inicial de 20 m/s. Si la altura del edificio es de 45 m. ¿Cuánto tiempo permanece la piedra en el aire?

A. 2.2 s
B. 4.22 s
C. 42.2 s

D. 1.76 s

18.- Con respecto a la pregunta anterior ¿cuál es la velocidad de la piedra justo antes de que choque con el suelo?

A. 35.9 m/s
B. 34.36 m/s
C. 10.00 m/s
D. 28.79 m/s

19.- Si la distancia entre dos astros se reduce a la mitad, la fuerza de atracción gravitacional entre ellos:

A. se duplica
B. disminuye a la mitad
C. aumenta 4 veces
D. disminuye 4 veces

20.- La Tierra y Luna se atraen con fuerza gravitacional; ¿Cómo es la fuerza de la Tierra comparada con la de la Luna?

A. igual por 3º ley Newton
B. mayor por 2º ley Newton
C. menor por la distancia
D. mayor por que la Tierra es más grande

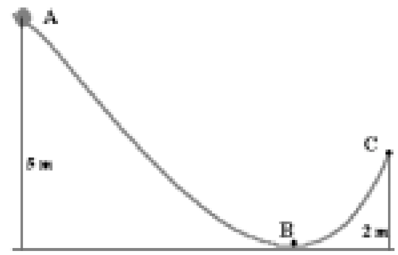
21.- Si la suma de todas las fuerzas que se ejercen sobre un móvil es cero, entonces:

A. se mueve con velocidad constante
B. su aceleración es constante, diferente de cero
C. se mueve con aceleración variable
D. se mueve con velocidad variable

22.- Una fuerza de 10 N actúa sobre un cuerpo de una masa de 2 kg. ¿Cuál es la aceleración del cuerpo?

A. 10 m/s^2
B. 5 m/s^2
C. 20 m/s^2
D. 0.2 m/s^2

23.- Una cuenta de 0.5 kg se desliza sobre un alambre curvo desde el reposo en el punto A de la figura. El segmento que va de A a B no tiene fricción, y el segmento de B a C es áspero. Encuentre la velocidad de la cuenta en el punto B.



A. 25.1 m/s
B. 9.9 m/s
C. 0 m/s
D. 99 m/s

24.- Desde una altura de 18 m se deja caer un objeto de 18 kg. de masa. Calcula la potencia de la Tierra en este proceso. ($g = 9.8\ m/s^2$)

A. 1660 W
B. 166 W
C. 16.60 W
D. 16600 W

25.- ¿Por qué una bicicleta mantiene más fácilmente el equilibrio cuando está en movimiento que si está en reposo?

A. Porque en movimiento disminuye su inercia traslacional
B. Porque en reposo las ruedas requieren una torca muy grande para alterar su dirección
C. Porque en movimiento las ruedas requieren una torca muy ligera para alterar su dirección
D. Porque las ruedas tienen un momento angular y requieren una torca grande para alterar su dirección

26- La inercia rotacional de un cuerpo depende de:

A. la fuerza aplicada
B. del brazo de palanca de la fuerza

C. del sistema de referencia escogido
D. de la distribución de la masa

27.- Una partícula de masa m se mueve en una trayectoria circular de radio r a velocidad constante. Su energía cinética rotacional es:

A. $(mv^2)/r$
B. $\frac{1}{2} mr\omega^2$
C. $\frac{1}{2} I\omega$
D. $\frac{1}{2} mv^2/r$

28.- Un proyectil de 5 kg. de masa, se lanza hacia arriba con velocidad de 60 m/s. Por la fricción disipa 800 J en calor, ¿cuál es la altura máxima alcanzada por el proyectil?

A. 167.3 m
B. 1673 m
C. 16.73 m
D. 1.673 m

29.- ¿Qué relación hay entre la amplitud y la frecuencia en la fórmula para calcular la posición?

A. son independientes
B. se calcula a partir de la frecuencia
C. directamente proporcional a la amplitud
D. inversamente proporcional

30.- Un trozo de madera con densidad 0.8 g/cm^3 flota en un líquido cuya densidad es 1.2. La parte de la madera que se sumerge bajo el nivel del líquido es

A. 80 %
B. 67 %
C. 33%
D. no se puede conocer sin el volumen del trozo de madera

31.- Dos objetos macizos, uno de aluminio y otro de plomo, aparentemente tienen igual peso, cuando están sumergidos en agua. Entonces:

A. la masa del objeto de plomo es mayor que la del objeto de aluminio
B. el objeto de aluminio es de mayor masa que el de plomo
C. ambos objetos tienen la misma masa
D. la respuesta depende de la forma de los objetos

32.- Si usted en su casa tiene una cama de agua *(ρ=1000 kg/m^3)* con 2 m de lado por 30 cm de altura ¿cuál es peso de la cama si se desprecia el peso de la funda?

A. 60000 N
B. 6666 N
C. 11772 N
D. 1177.2 N

33.- En algunos lugares de la Antártida el espesor de las capas de hielo es de 1 km. ¿Cuál es la presión que estas capas de hielo ejercen sobre el suelo que las soportan *(ρ_{hielo}=920 kg/m^3)*

A. 9025.2 Pa
B. 9.2×10^5 Pa
C. 9.02×10^6 Pa
D. 9.02×10^7 Pa

34.- Una manguera para agua de 2 cm de diámetro se usa para llenar una cubeta de 20 litros. Si la cubeta tarda 1 min. en llenarse, ¿cuál es la velocidad v con la que sale el agua de la manguera?

A. 53 cm/s
B. 200 cm/s
C. 106 cm/s

D. 10.6 cm/s

35.- El enunciado *“La materia no se crea ni se destruye en el interior de un tubo de flujo, sólo se desplaza”* es la expresión de:

A. la ecuación de medidor de Venturi
B. la ecuación de continuidad
C. la ecuación de Bernoulli
D. la ecuación del contador de Venturi

36.- Con base en el principio de Bernoulli ¿qué ocurriría si en un tubo cilíndrico horizontal observamos que el fluido reduce su velocidad?

A. que la presión a que está sometido el fluido ha aumentado
B. que ha aumentado la temperatura del fluido
C. que la presión a que estaba sometido el fluido ha disminuido
D. que ha disminuido la temperatura del fluido

37. Cada ala de un avión tiene una área de 25 m^2. Si la velocidad del aire en la superficie inferior es de 50 m/s, y 65 m/s en la superficie superior, cuando el avión se encuentra en pleno vuelo, determine el peso del avión (ρ_{Aire} = 1 kg/m^3)

A. 5000 N
B. 3.72×10^3 N
C. 4.31×10^4 N
D. $3.72 \text{ x } 10^5$ N

38.-¿Cuánto tiempo tardará en atravesar una tubería de sección transversal A = 25 cm^2 una masa fluida Δm = 15kg de una sustancia cuya densidad es p = 0.75 g/cm^3 y que se mueve con una rapidez de v = 3 cm/seg?

A. 453.2s
B. 133.35s
C. 266.6s
D. 2666s

39.- Una máquina de vapor tiene una caldera que opera a 227 °C. El calor cambia el agua en vapor, el cual mueve un pistón. La temperatura de escape es la del aire exterior, aproximadamente 27 °C. ¿Cuál es la máxima eficiencia térmica de esta máquina de vapor?

A. 40 %
B. 88 %
C. 12 %
D. 66%

40.- Un clavo de hierro se clava en un bloque de hielo ($L_f = 3.33\times10^5$ J/kg) con un solo golpe de martillo. La cabeza de éste tiene una masa de 0.5 kg y una velocidad inicial de 2.0 m/s. El clavo y el martillo se encuentran en reposo después del golpe. ¿Cuánto hielo se funde?. Suponga que la temperatura del clavo es de 0.0 °C antes y después del golpe.

A. 3 mg.
B. 0.3 mg
C. 30 mg
D. 0.003 mg

VI. BIBLIOGRAFÍA

Básica

- Tippens, P.E. *Física*: conceptos y aplicaciones. México Mc Graw - Hill/ interamericana, 1989. 2ª ed.

Complementaria

- Alonso, Marcelo y Rojo, Onofre. *Volumen I; Mecánica; volumen II: Física. Campos y ondas.* México, Fondo Educativo Interamericano, 1981.
- Cetto, Ana María, et al., *Temas de nuestro tiempo*. México, Trillas, 1993.
- Orear, J. *Física*. México, Limusa, 1989.
- P.S.S.C., *Física*. 2 vol. México, Reverté, 1975.
- Stollberg, Robert y Hill, Faith Fich. *Física: fundamentos y fronteras*. México, Publicaciones Cultural, 1969.
- White, H.E. *Física moderna*. México, UTEHA, 1990.

RESPUESTAS A LA AUTOEVALUACIÓN

1	D
2	D
3	A
4	B
5	C
6	B
7	A
8	D
9	B
10	C
11	D
12	B
13	C
14	A
15	B
16	B
17	D
18	A
19	C
20	D

21	A
22	B
23	B
24	A
25	D
26	D
27	B
28	A
29	D
30	B
31	D
32	C
33	C
34	C
35	C
36	A
37	C
38	C
39	A
40	A

TABLA DE ACIERTOS

Puntuación	Calificación
0 - 23	5
24 - 27	6
28 - 31	7
32 - 35	8
36 - 39	9
40	10